طراحی سازه‌های فولادی ۱

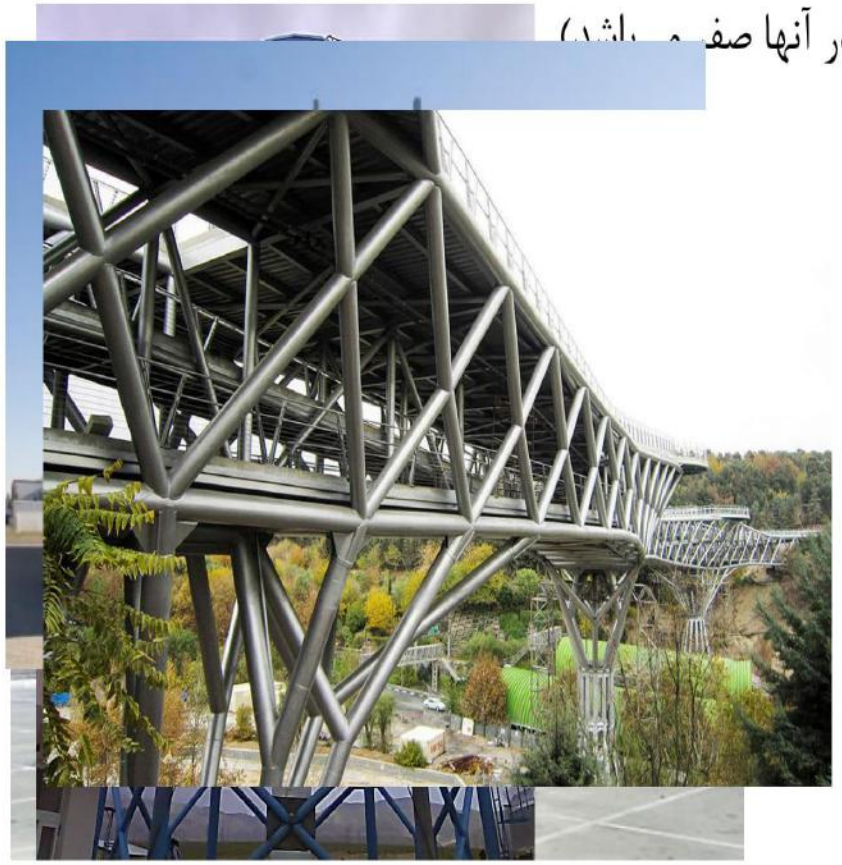
فصل چهارم:
طراحی اعضای فشاری

کتاب مرجع: طراحی سازه‌های فولادی به روش حالات حدی؛ جلد پنجم؛ ازهری. م. و همکاران

کلیات

موضوع بحث طراحی اعضای فشاری

(اعضایی که تحت اثر فشار خالص قرار داشته و خمش در آنها صفر می‌باشد)

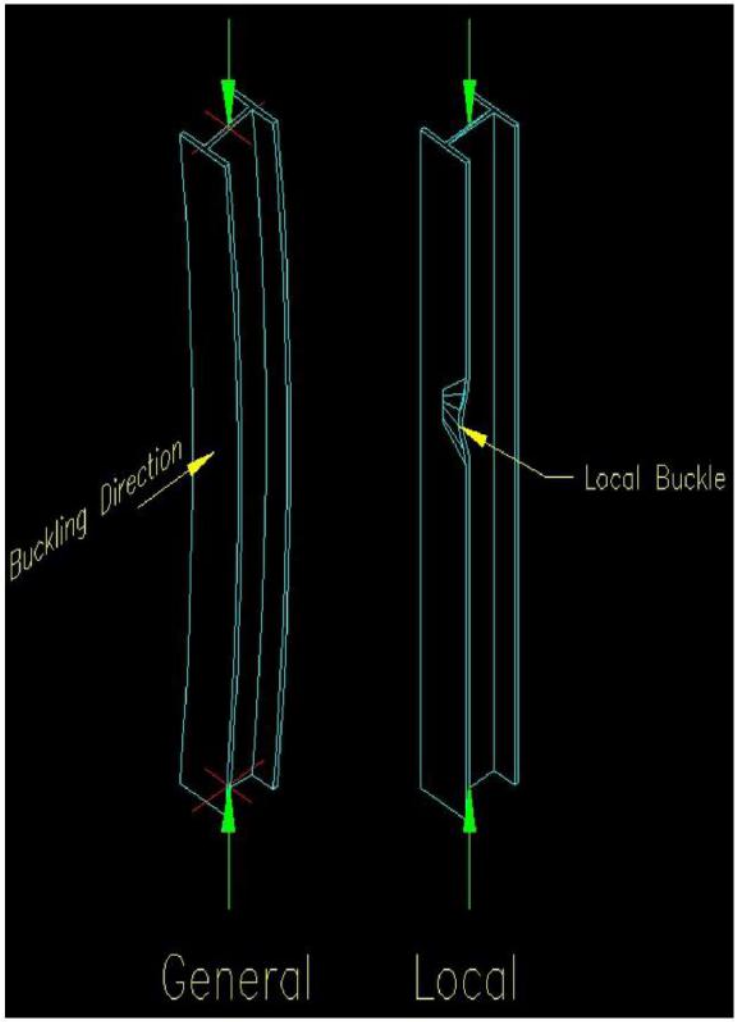


اعضایی مانند:

- ستون‌ها در قاب‌های ساختمانی ساده

  (اتصال تیر به ستون مفصلی)
- اعضای فشاری خرپاها
- بادبندهای فشاری
- دکل‌ها

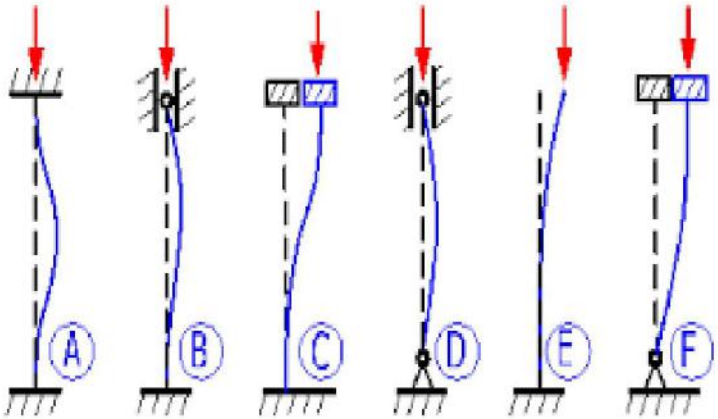
پدیده ناپایداری (کمانش) ستون‌ها



ساخت اعضای فولادی از ورق‌های نازک، در نتیجه احتمال رخ دادن ناپایداری و کمانش در آن‌ها تحت نیروی فشاری

پدیده ناپایداری (کمانش) ستون‌ها

بار بحرانی ستون: بار ایجاد کننده تعادل خنثی در ستون



روش محاسبه بار بحرانی یک ستون:

خارج کردن ستون از حالت اولیه

بررسی تعادل ستون در وضعیت جدید

محاسبه نیروی فشاری مورد نیاز برای تعادل

بار کمانشی ستون ها

- به مقدار باری گفته می شود که به ازای مقدار اندکی افزایش در آن ستون قبل از جاری شدن دچار ناپایداری شده و کمانش می کند.بار کانشی ستون از رابطه زیر که به رابطه اولر معروف است محاسبه می شود:

- K : ضریب طول موثر

عوامل موثر بر کمانش ستون ها

1. صلبیت خمشی ستون

E: 2.1*10^6 kg/cm^2

I:ممان اینرسی

2. شرایط مرزی و تکیه گاهی

شرایط مرزی و تکیه گاهی

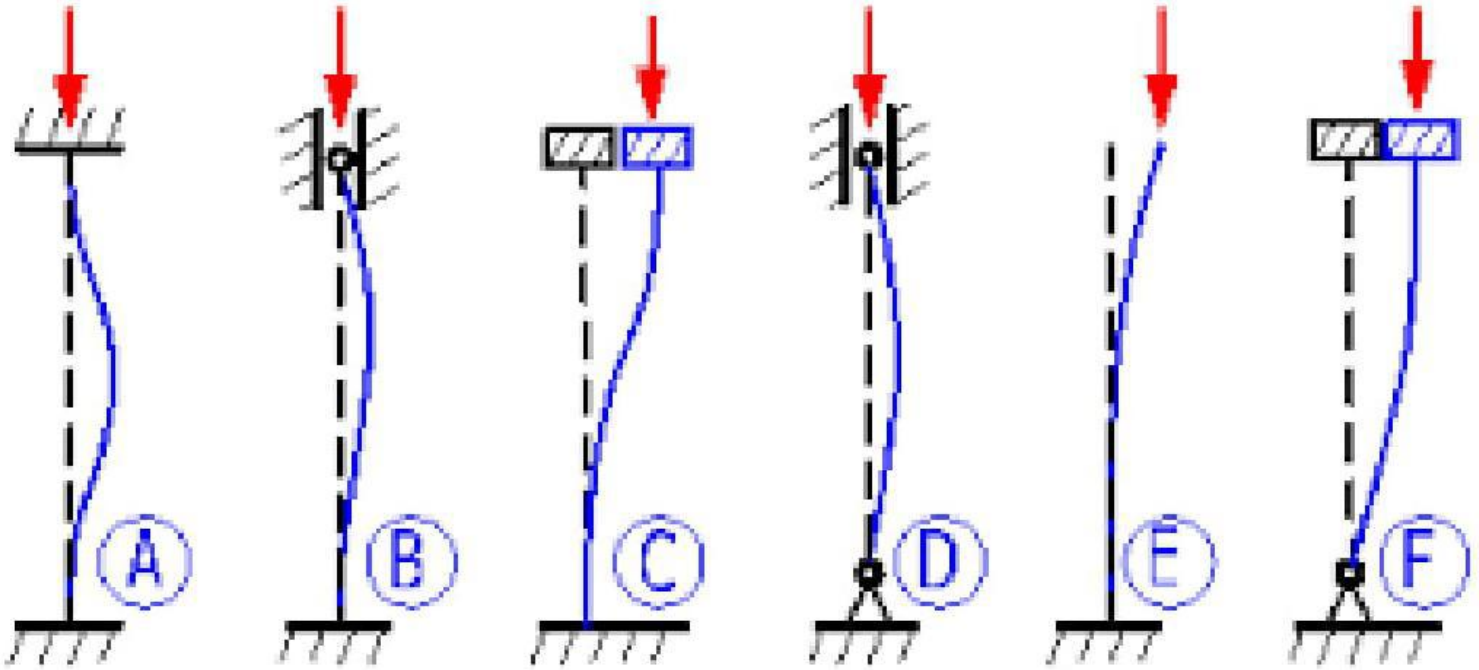
1. ستون ایده آل

2. ستون در قاب : در اینگونه ستونها ضریب K به نحوه اتصال ابتدا و انتهای ستون ،صلبیت خمشی و نحوه اتصال اعضا متصل به ستون ها(تیر ها)

ستون در قاب مهار بندی نشده (حرکت جانبی آزاد)

ستون در قاب مهار بندی شده (حرکت جانبی مقید)

ستون ایده آل



ضریب طول موثر ستون

مبحث دهم، بند پ-۱-۱

ضریب طول موثر ستون دارای شرایط تکیه‌گاهی مشخص

توضیحات	انواع مختلف اعضای فشاری با شرایط تکیه‌گاهی ایده‌آل					
شکل کمانش‌یافته عضوفشاری به صورت خط‌چینی نمایش داده شده است.	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
مقادیر نظری K	۰/۵	۰/۷	۱/۰	۱/۰	۲/۰	۲/۰
مقادیر پیشنهادی K برای طراحی	۰/۶۵	۰/۸	۱/۲	۱/۰	۲/۱	۲/۰

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2}$$

K : ضریب طول موثر ستون

KL : طول موثر ستون

= انتقال و دوران مقید

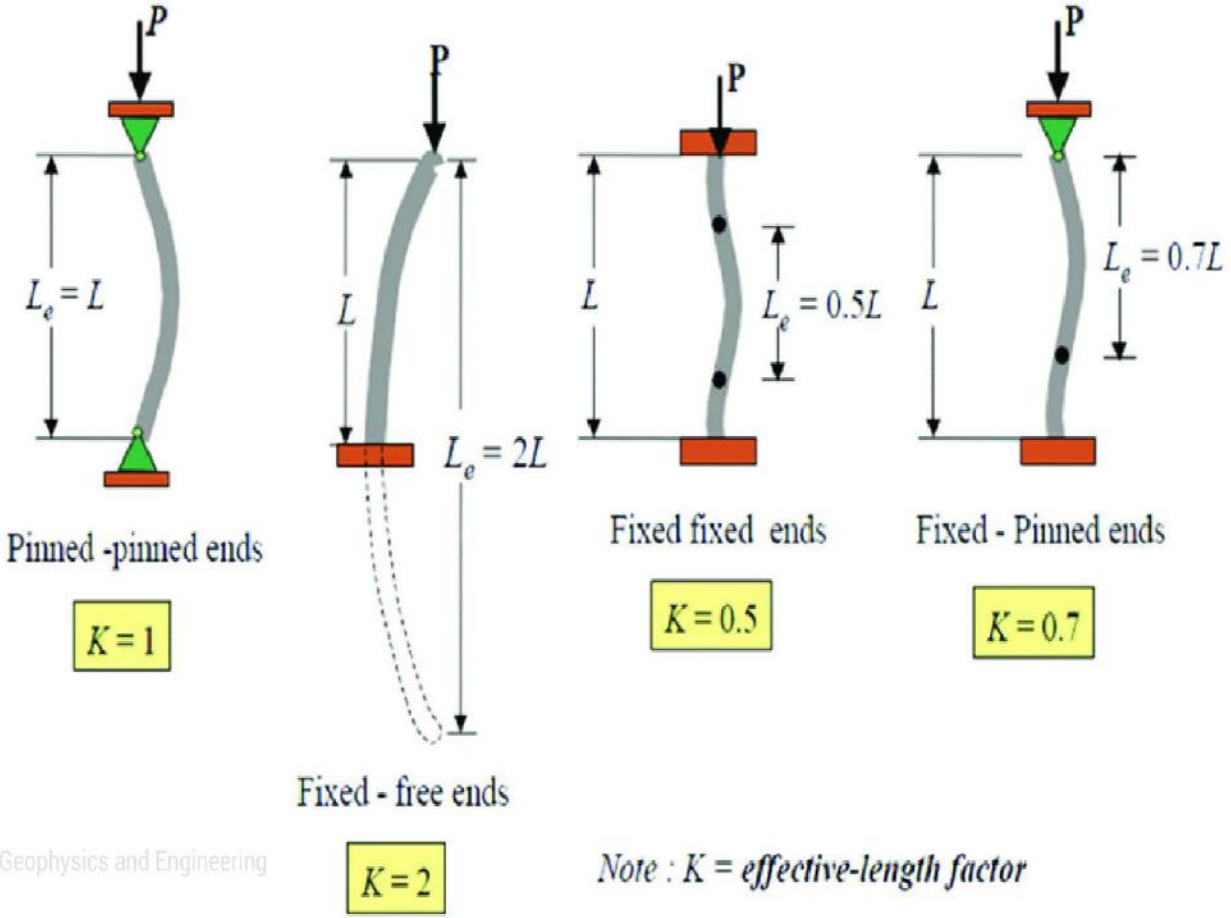
= انتقال مقید، دوران آزاد

= انتقال آزاد، دوران مقید

= انتقال و دوران آزاد

ضریب طول موثر ستون

ضریب طول موثر ستون دارای شرایط تکیه‌گاهی مشخص



$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2}$$

K : ضریب طول موثر ستون

KL : طول موثر ستون

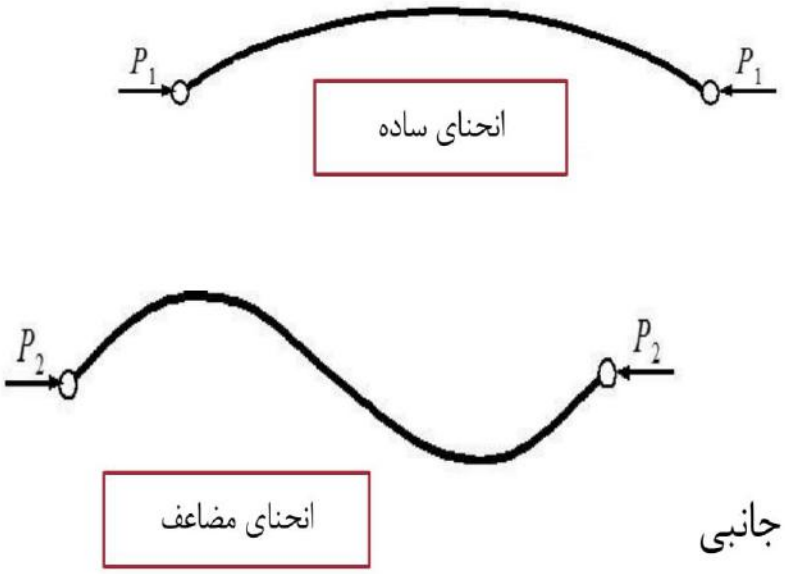
Note : K = effective-length factor

Journal of Geophysics and Engineering

ضریب طول موثر ستون

تعیین ضریب طول موثر ستون‌های موجود در قاب‌های ساختمانی

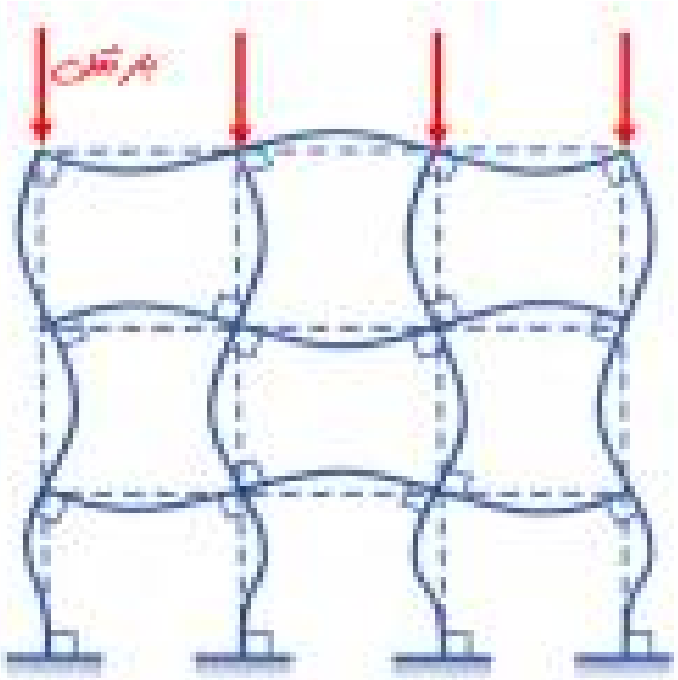
فرضیات انجام شده برای تعیین رابطه‌های تقریبی



- رفتار کاملاً الاستیک اعضا
- تمامی اتصالات خمشی
- مقدار $\alpha L = L\sqrt{P_{cr}/EI}$ یکسان برای تمام ستون‌ها
- کمانش هم زمان تمامی ستون‌ها
- صرف‌نظر از نیروی محوری ایجاد شده در تیرها
- ایجاد انحنای ساده در تیرهای درون قاب‌های بدون حرکت جانبی
- ایجاد انحنای مضاعف در تیرهای درون قاب‌های دارای حرکت جانبی

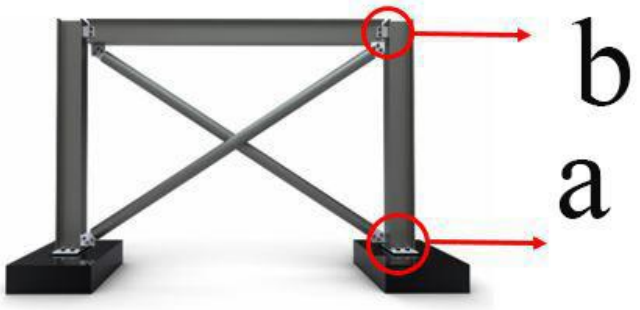
ستون در قاب مهار بندی شده

- وجود دیوا برشی یا باد بند در یک قاب ساختمانی تغییر شکل جانبی ستون را به مقدار قابل توجهی مهار کرده و در این حالت قاب مهار شده می باشد.



ستون در قاب مهار بندی شده

- $K=\frac{(3*Ga*Gb)+1.4(Ga+Gb)+0.64}{(3*Ga*Gb)+2(Ga+Gb)+1.28}$
- $G=\frac{\sum\frac{E*I}{L}\quad \text{ستون}}{\sum\frac{E*I}{L}*\beta\quad \text{تیر}}$



- a: پای ستون
- b: سر ستون

ضریب طول موثر ستون

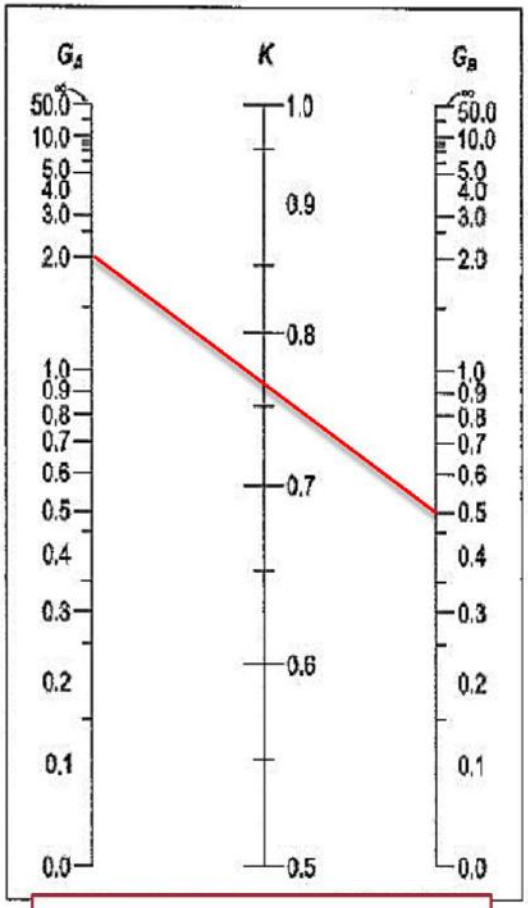
تعیین ضریب طول موثر ستون‌های موجود در قاب‌های ساختمانی

مبحث دهم، بند پ-۱-۲

ضریب طول موثر ستون‌های بدون حرکت جانبی

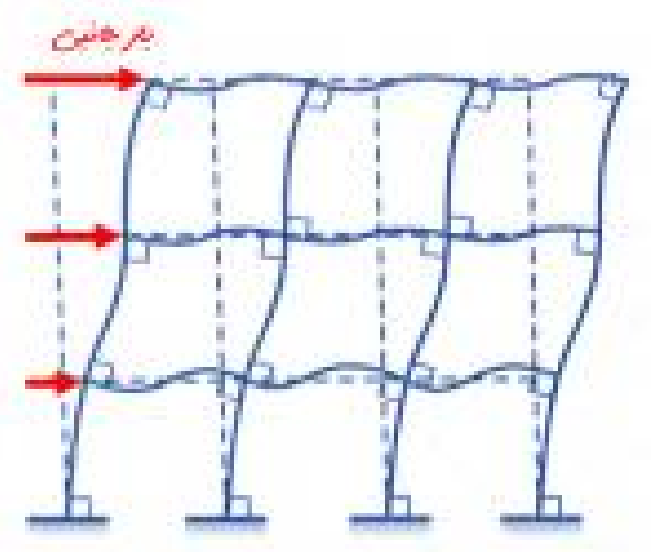
$$\frac{G_A G_B}{4}\left(\frac{\pi}{K}\right)^2+\left(\frac{G_A+G_B}{2}\right)\left(1-\frac{\pi/K}{\tan(\pi/K)}\right)+\frac{2\tan(\pi/2K)}{\pi/K}-1=0$$

روش دیگر استفاده از نموگراف می‌باشد.



نموگراف تعیین ضریب طول موثر ستون

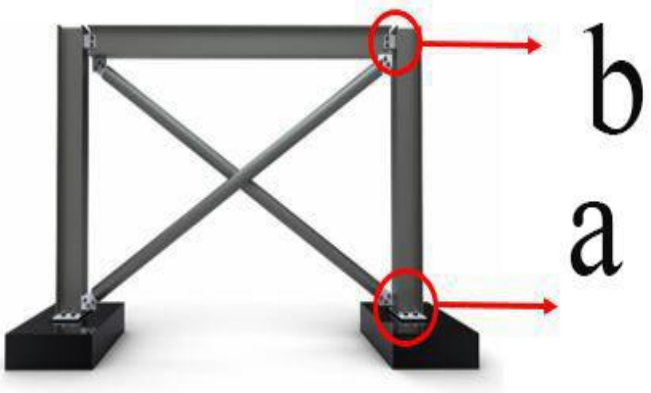
ستون در قاب مهار بندی نشده



ستون در قاب مهار بندی نشده

$$K = \sqrt{\frac{۱/۶ G_A G_B + ۴(G_A + G_B) + ۷/۵}{G_A + G_B + ۷/۵}} \geq ۱/۰$$

- $G = \frac{\sum \frac{E*I}{L} \quad \text{ستون}}{\sum \frac{E*I}{L} * \beta \quad \text{تیر}}$



- a: پای ستون
- b: سر ستون

ضریب طول موثر ستون

تعیین ضریب طول موثر ستون‌های موجود در قاب‌های ساختمانی

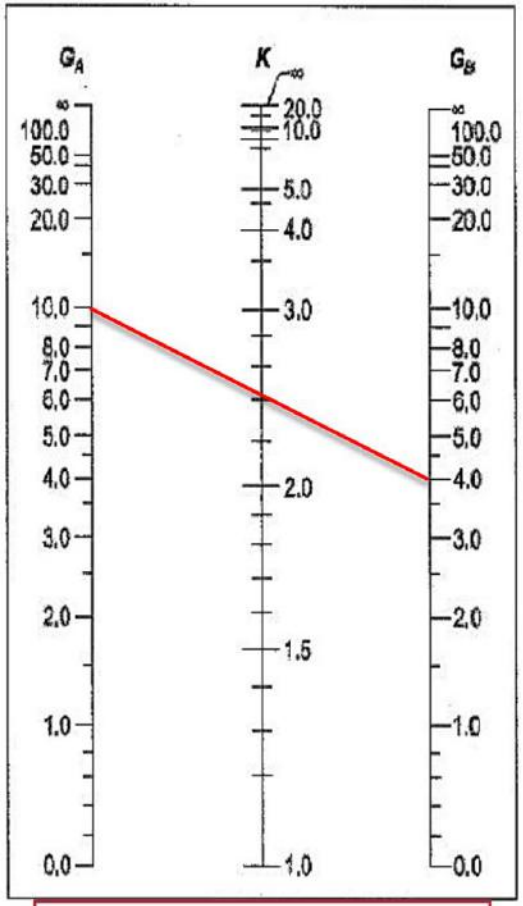
مبحث دهم، بند پ-۱-۳

ضریب طول موثر ستون‌های دارای حرکت جانبی

$$\frac{[G_A G_B(\pi/K)^{۲}-۳۶]}{۶(G_A+G_B)}-\frac{\pi/K}{tg(\frac{\pi}{K})}=۰$$

روش دیگر استفاده از نموگراف می‌باشد.

$$G=\frac{\sum(EI/L)\text{ستون‌های متصل به گره}}{\sum(EI/L)\text{تیرهای متصل به گره}}$$



نموگراف تعیین ضریب طول موثر ستون

ضریب طول موثر ستون

تعیین ضریب طول موثر ستون‌های موجود در قاب‌های ساختمانی

مبحث دهم، بند پ-۱-۲ و پ-۱-۳

استفاده از ضریب اصلاحی برای مقدار $\frac{EI}{L}$ تیر در صورت دارا بودن شرایط کاملاً مفصلی یا گیردار در انتهای تیر متصل به ستون

وضعیت انتهای تیر متصل به گره	برای ستون با حرکت جانبی مقید	برای ستون با حرکت جانبی آزاد
انتهای دور تیر مفصلی	$\beta = \frac{3}{2}$	$\beta = 0/5$
انتهای دور تیر گیردار	$\beta = 2$	$\beta = \frac{2}{3}$
انتهای نزدیک تیر مفصلی	$\beta = 0$	$\beta = 0$
تیرهای طره‌ای	$\beta = 0$	$\beta = 0$
سایر حالات	$\beta = 1$	$\beta = 1$

$$G = \frac{\sum_{i=1}^{N_c}(EI/L)\text{ستون‌ها}}{\sum_{i=1}^{N_c}(\beta_i EI/L)\text{تیرها}}$$

طبق آیین‌نامه

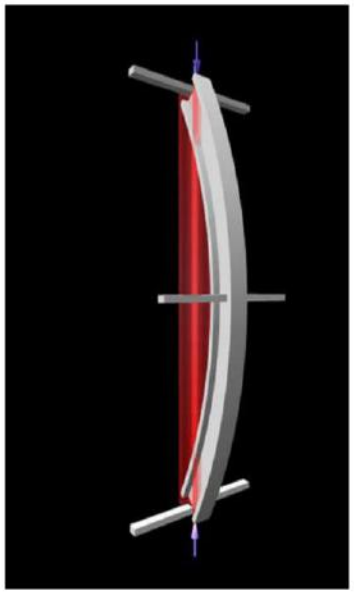
در ستون‌های دارای تکیه‌گاه مفصلی که برای آن‌ها $G = \infty$ می‌باشد، مقدار $G = 10$

در ستون‌های دارای تکیه‌گاه گیردار که برای آنها $G = 0$ می‌باشد، مقدار $G = 1$

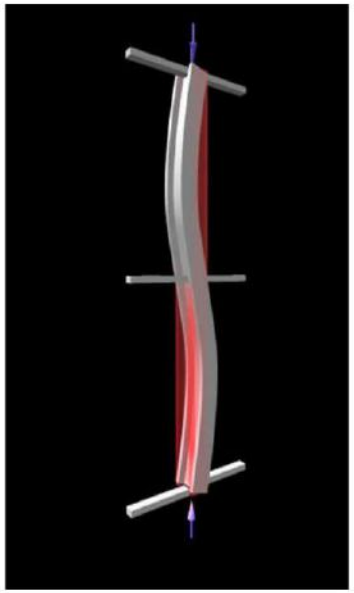
محور کمانش

در تعیین بار بحرانی کمانش خمشی ستون، ممان اینرسی مقطع ستون (یا شعاع ژیراسیون آن) و ضریب طول مؤثر با توجه به محور کمانش تعیین می شوند.

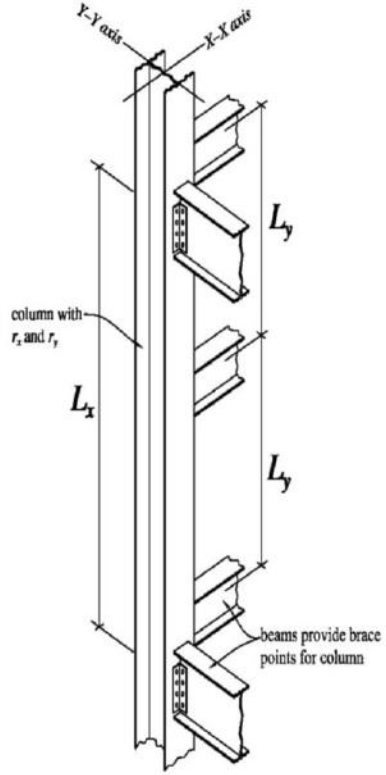
ستون با قیود میانی و انتهایی



کمانش ستون حول محور قوی

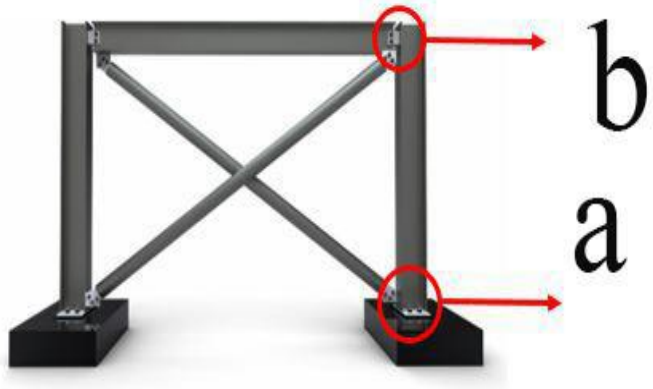


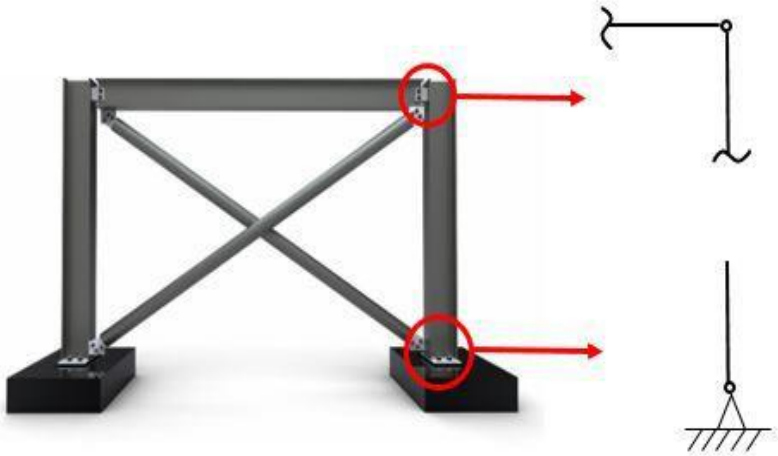
کمانش ستون حول محور ضعیف

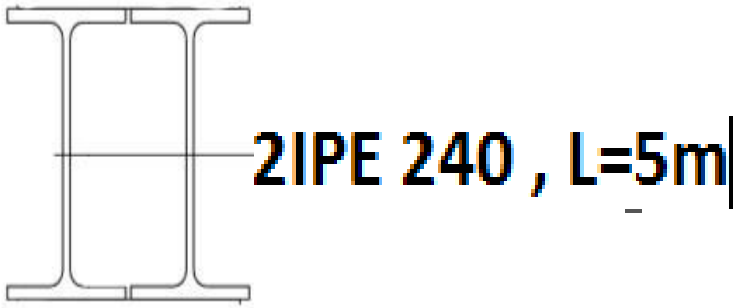


Kirk Martini,
University of Virginia

- مثال :مطلوب است تعیین مقدار ضریب Kx در قاب ساختمانی با مشخصات زیر:
- ارتفاع ستون 5 متر
- طول دهنه(طول تیر) 4.5 متر
- ستون2IPE240
- تیر IPE240







- از جدول اشتایل A=39.1cm2 Ix=3890 cm4

تعیین ممان اینرسی مقطع دوبل

Ix دوبل =2(3890+39.1(0)^2)=7780 cm4

- تعیین مقدار G

Ga: پای ستون اتصال مفصلی برابر است با 10

Gb:

$$G=\frac{\text{ستون}\quad \sum\frac{E*I}{L}}{\text{تیر}\quad \sum\frac{E*I}{L}*\beta}$$

Gb= (7780/5) /((3890/4.5)*(3/2)) =1.2

با توجه به نوع حرکت جانبی (در این مثال مهاربندی شده)

$$K=\frac{(3*Ga*Gb)+1.4(Ga+Gb)+0.64}{(3*Ga*Gb)+2(Ga+Gb)+1.28}$$

K=[(3*10*1.2)+1.4(10+1.2)+0.64]/

[(3*10*1.2)+2(10+1.2)+1.28] =o.876

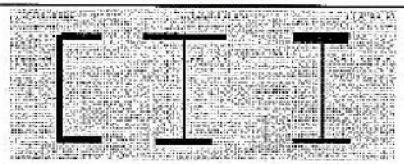
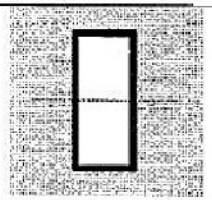
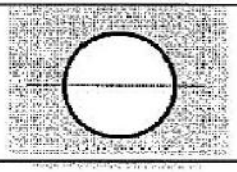
انواع کمانش در ستونها

1. کمانش خمشی
2. کمانش پیچشی
3. کمانش خمشی -پیچشی

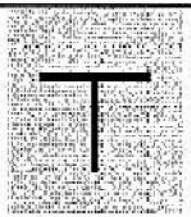
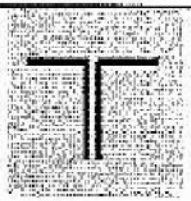
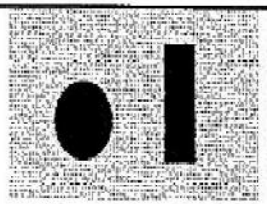
انواع کمانش حاکم

مبحث دهم، جدول ۱۰-۲-۴-۱

جدول ۱۰-۲-۴-۱ حالت یا حالت‌های حدی حاکم بر طراحی اعضای فشاری برای مقاطع مختلف بدون اجزای لاغر

حالت	نوع مقطع	شکل مقطع	حالت یا حالت‌های حدی حاکم بر طراحی
۱	• مقطع I شکل با دو محور تقارن		• کمانش خمشی • کمانش پیچشی
۲	• مقطع I شکل با یک محور تقارن • مقاطع ناودانی		• کمانش خمشی • کمانش خمشی-پیچشی
۳	• مقاطع صلیبی • مقاطع مرکب		• کمانش خمشی • کمانش پیچشی
۴	• مقاطع توخالی مستطیلی شکل		• کمانش خمشی
۵	• مقاطع توخالی دایره‌ای شکل		• کمانش خمشی

انواع مقاطع فشاری و کمانش حاکم

۶	• مقاطع سپری		• کمانش خمشی • کمانش خمشی- پیچشی
۷	• مقاطع مرکب از دو نیمرخ نبشی پشت به پشت		• کمانش خمشی • کمانش خمشی- پیچشی
۸	• مقاطع نبشی تک		• الزامات بند ۱۰-۲-۴-۶
۹	• مقاطع توپر		• کمانش خمشی
۱۰	• مقاطع بدون محور تقارن غیر از نبشی‌های تک		• کمانش خمشی- پیچشی

مبحث دهم، جدول ۱۰-۲-۴-۱

مقاومت طراحی براساس کمانش خمشی

روابط طراحی بر اساس کمانش خمشی

$$P_u \leq \varphi_c P_n \quad (\varphi_c = 0.9)$$

مبحث دهم، بند ۱۰-۲-۴-۱

P_u : نیروی فشاری حاصل از بارهای ضریب‌دار

P_n : مقاومت اسمی فشاری ستون بر اساس کمانش خمشی

$$P_n = F_{cr} A_g$$

مبحث دهم، بند ۱۰-۲-۴-۴

A_g : سطح مقطع کل عضو فشاری

F_{cr} : تنش فشاری ناشی از کمانش خمشی

مبحث دهم، بند ۱۰-۲-۴-۳

استفاده از اعضای با ضریب لاغری بزرگتر از ۲۰۰ به عنوان عضو فشاری مجاز نمی‌باشد.

تنش بحرانی کمانش خمشی

مبحث دهم، بند ۱۰-۲-۴-۴

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2}$$

$$F_e = F_{cr} = \frac{P_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2 A} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$

«رابطه اولر»

λ ضریب لاغری نامیده شده و برابر است با:

$$\lambda = \frac{KL}{r}$$

گام به گام آنالیز کمانش خمشی

1. تعیین مشخصات فیزیکی مقطع از جدول اشتایل یا با استفاده از روابط استاتیکی (مساحت،ممان اینرسی،شعاع ژیراسیون و ...)
2. تعیین ضریب طول موثر K
3. محاسبه ضریب لاغری لانداx و لاندا y
4. تعیین مقدار لانددای ماکسیمم

5. تعیین مقدار تنش بحرانی با استفاده از روابط زیر:

if $\lambda \max \leq 4.71\sqrt{\frac{E}{Fy}}$ or $Fe \geq 0.44Fy$

$$Fcr = [0.656^{\frac{Fy}{Fe}}] * Fy$$

if $\lambda \max \geq 4.71\sqrt{\frac{E}{Fy}}$ or $Fe \leq 0.44Fy$

$$Fcr = 0.877 * Fe$$

$$F_e = F_{cr} = \frac{P_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2 A} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$

«رابطه اولر»

6. تعیین مقدار نیروی محوری وارد بر ستون با استفاده از رابطه زیر:

$$P_u \leq \varphi_c P_n \quad (\varphi_c = 0.9)$$

$$P_n = F_{cr} A_g$$

تنش بحرانی

جدول تنش بحرانی کمانش خمشی (F_{cr} kg/cm^2) بر حسب ضریب لاغری

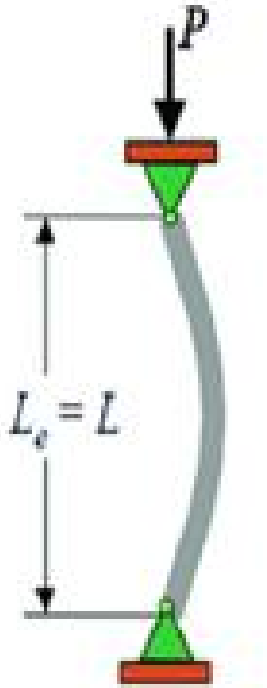
KL/r	F_{cr}	KL/r	F_{cr}	KL/r	F_{cr}	KL/r	F_{cr}	KL/r	F_{cr}
1	2400	11	2385	21	2348	31	2287	41	2206
2	2400	12	2383	22	2342	32	2280	42	2197
3	2399	13	2380	23	2337	33	2272	43	2188
4	2398	14	2377	24	2332	34	2265	44	2178
5	2397	15	2373	25	2326	35	2257	45	2168
6	2396	16	2369	26	2320	36	2249	46	2158
7	2394	17	2365	27	2314	37	2241	47	2148
8	2392	18	2361	28	2307	38	2232	48	2138
9	2390	19	2357	29	2301	39	2224	49	2128
10	2388	20	2352	30	2294	40	2215	50	2117

$F_y = 2400\ kg/cm^2$

$E = 2.03 \times 10^6\ kg/cm^2$

$\lambda_c = 137$

- مطلوب است تعیین بار کمانشی ستون از IPE240 به طول 4 متر



- A=30.1 cm2
- Ix=3890 cm4

- rx=9.97 cm
- ry= 2.67 cm

- با توجه به اینکه ستون ایده آل است با استفتاده از جدول
- Kx=Ky=1

- $\lambda = \frac{KL}{r}$

- λ x=(1*400)/9.97=40.12
- λ y=(1*400)/2.67=148.7
- λ max=148.7

$$\lambda \text{max} \geq 4.71\sqrt{\frac{E}{Fy}} = (4.71\sqrt{\frac{2.1*10\text{^}6}{2400}} = 139.3)$$

- همچنین می توان رابطه اولر را با مقدار 0.44 تنش مجاز فولاد مقایسه کرد
- $Fe \leq 0.44Fy$ ۱056 kg/cm2

$$F_e = F_{cr} = \frac{P_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2 A} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$

Fe =((3.14^2)*2.1*10^6)/148.7= 937.34 kg/cm2

- در نتیجه مقدار تنش مجاز از رابطه زیر محاسبه می شود

$Fcr=0.877*Fe$ = 0.877*937.34=822.047 kg/cm2

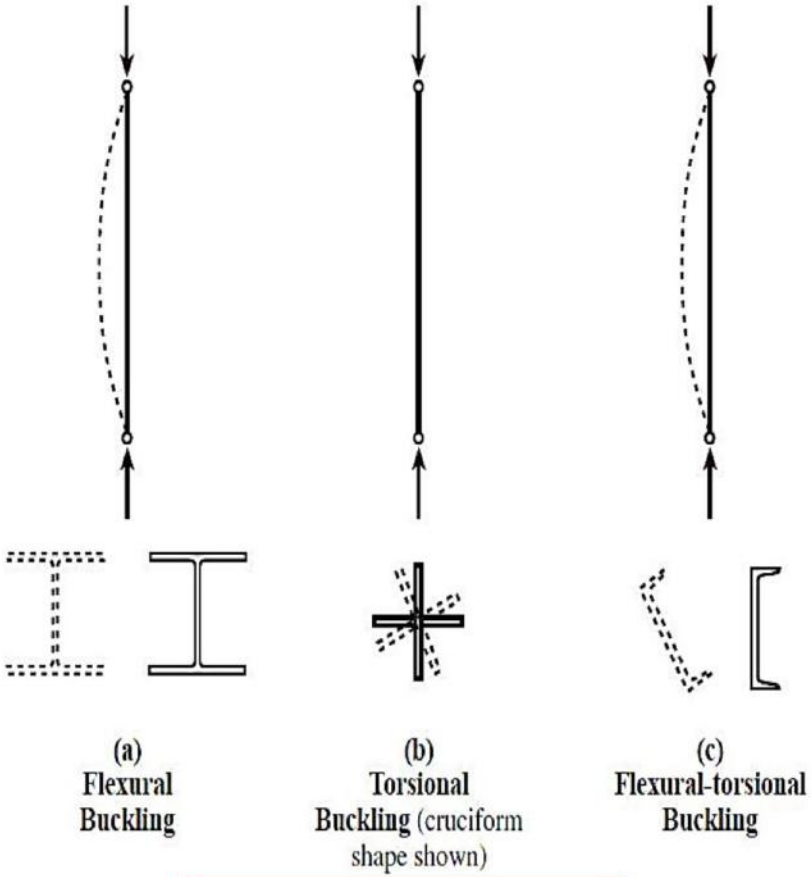
$$P_n = F_{cr} A_g$$ = 822.047 *39.1=32142 kg

$$P_u \leq \varphi_c P_n$$ = 0.9*32142= 28927kg

کمانش پیچشی و کمانش خمشی-پیچشی

امکان رخ دادن کمانش پیچشی یا کمانش خمشی-پیچشی

قبل از کمانش خمشی در مقاطع جدار نازک باز



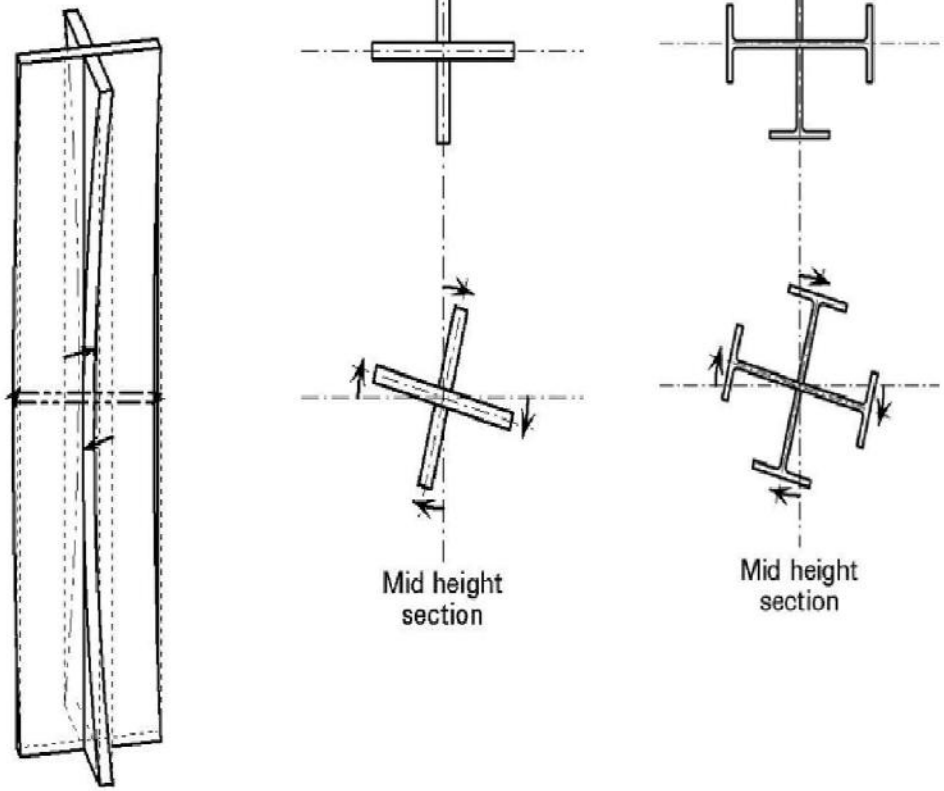
انواع کمانش در اعضای فشاری

کمانش پیچشی

کمانش پیچشی مقاطع دارای دو محور تقارن

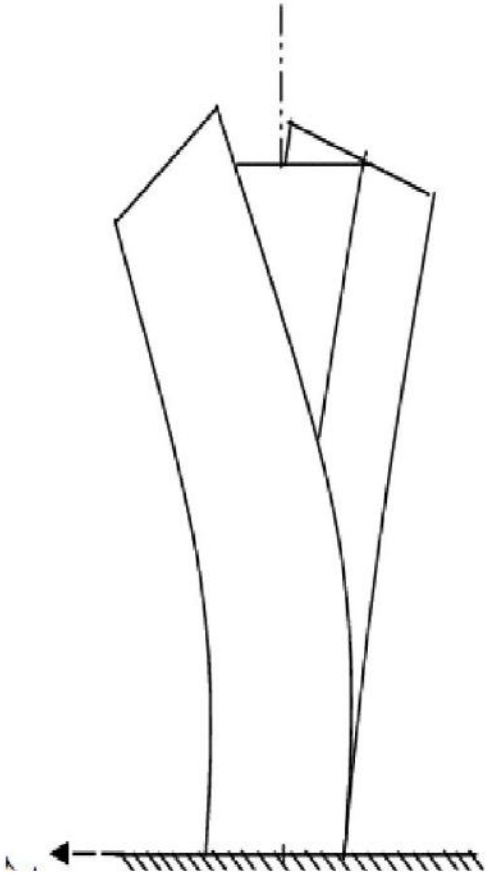
مقاطع بسته (مقاطع قوطی، لوله و مقاطع ساخته شده از دو نیمرخ استاندارد با ورق سراسری) تحت کمانش پیچشی قرار نمی‌گیرند.

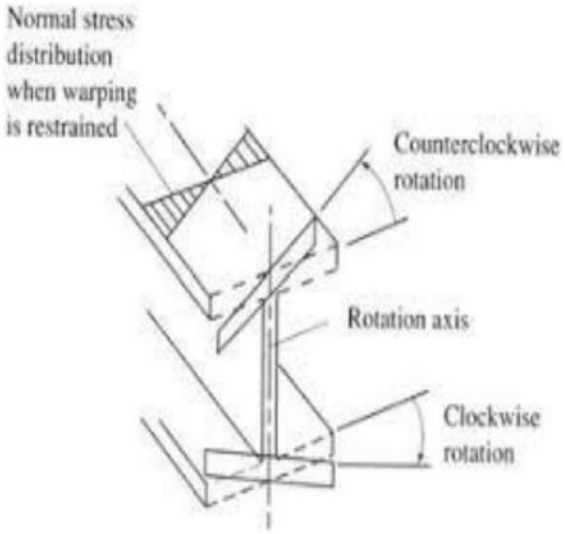
اگر برای مقاطع با دو محور تقارن، کمانش پیچشی حاکم نشود، فقط لازم است کمانش خمشی حول دو محور بررسی شود.



کمانش پیچشی

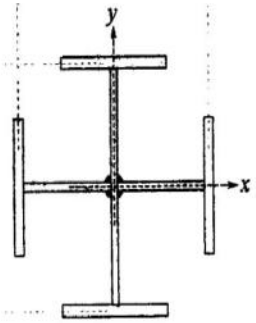
تابیدگی در هنگام پیچش





کمانش پیچشی

کمانش پیچشی مقاطع دارای دو محور تقارن



مبحث دهم، بند ۱۰-۲-۴-۵

$$F_e = \left[\frac{\pi^2 E C_w}{(K_z L)^2} + GJ\right]\left(\frac{1}{I_x + I_y}\right)$$

E : مدول الاستیسیته

G : مدول برشی

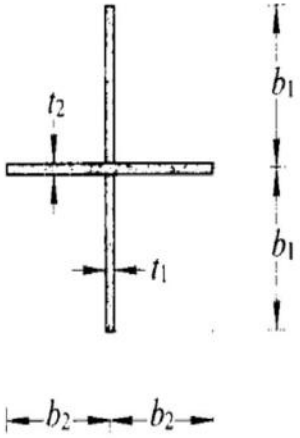
I_x و I_y : ممان اینرسی حول محورهای x و y

J : ممان اینرسی معادل پیچشی مقطع

C_w : ضریب تابیدگی

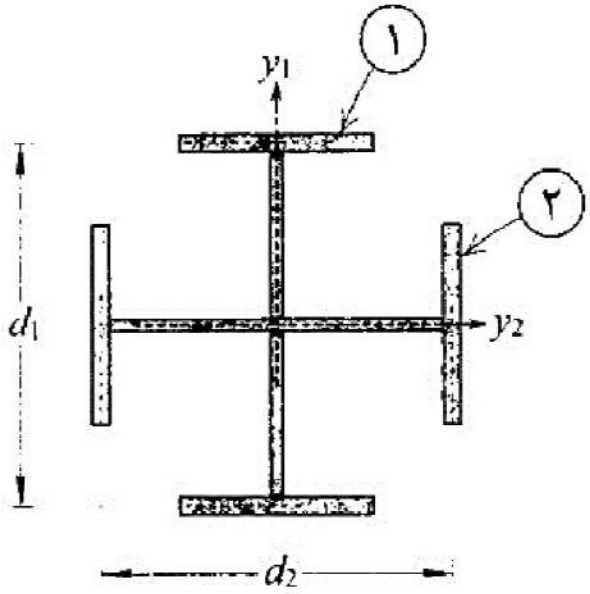
K_z : ضریب طول موثر ستون بر اساس کمانش پیچشی

$$J = \frac{1}{3}\sum b_j t_j{}^3$$

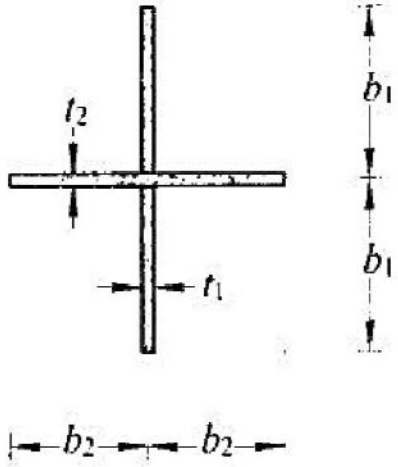


کمانش پیچشی

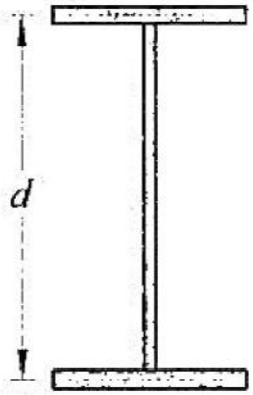
کمانش پیچشی مقاطع دارای دو محور تقارن



$$C_w = I_{y1}{}^2 \frac{{d_1}^2}{4} + I_{y2}{}^2 \frac{{d_2}^2}{4}$$



$$C_w = \frac{{b_1}^3 . {t_1}^3}{18} + \frac{{b_2}^3 . {t_2}^3}{18}$$



$$C_w = I_y \frac{d^2}{4}$$

مقادیر ضریب تابیدگی برای مقاطع دارای دو محور تقارن

کمانش پیچشی

مبحث دهم، بند ۱۰-۲-۴-۵

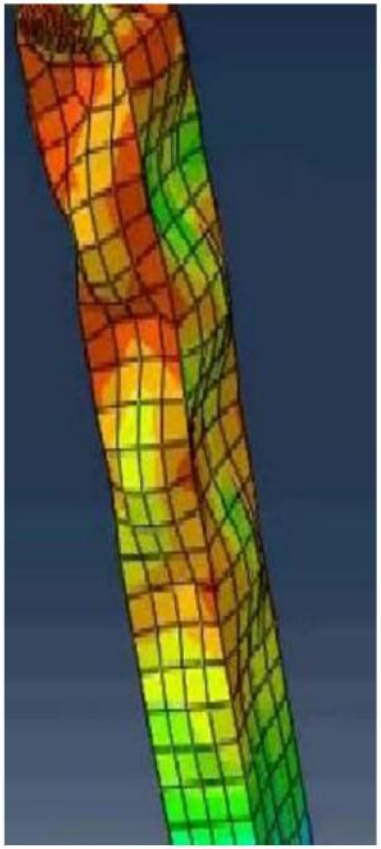
کمانش پیچشی مقاطع دارای دو محور تقارن

مقایسه تنش بحرانی کمانش الاستیک پیچشی به دست آمده با تنش بحرانی کمانش الاستیک خمشی، سپس تعیین F_{cr} براساس کمترین این دو تنش مقدار

$$\text{اگر } F_e \geq 0.44F_y \quad \rightarrow \quad F_{cr} = (0.658^{\frac{F_y}{F_e}})F_y$$

$$\text{اگر } F_e < 0.44F_y \quad \rightarrow \quad F_{cr} = 0.877F_y$$

کمانش موضعی



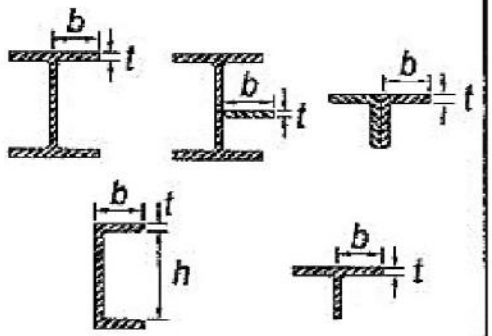
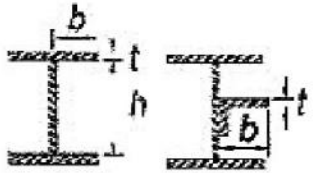
Journal of Composites for Construction

ورق‌های تحت تنش فشاری ممکن است قبل از تجربه تنش تسلیم، دچار کمانش موضعی شوند

اعمال محدودیت عرض به ضخامت برای اعضای فولادی (ساخته شده از ورق)

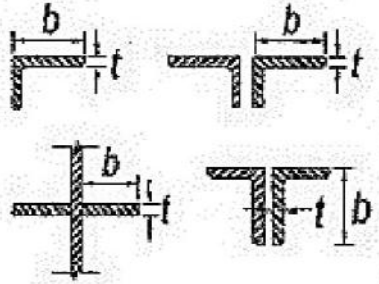
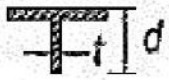
کمانش موضعی

جدول ۱۰-۲-۲-۱ نسبت‌های پهنا به ضخامت اجزای فشاری تقویت نشده در اعضای تحت اثر فشار محوری

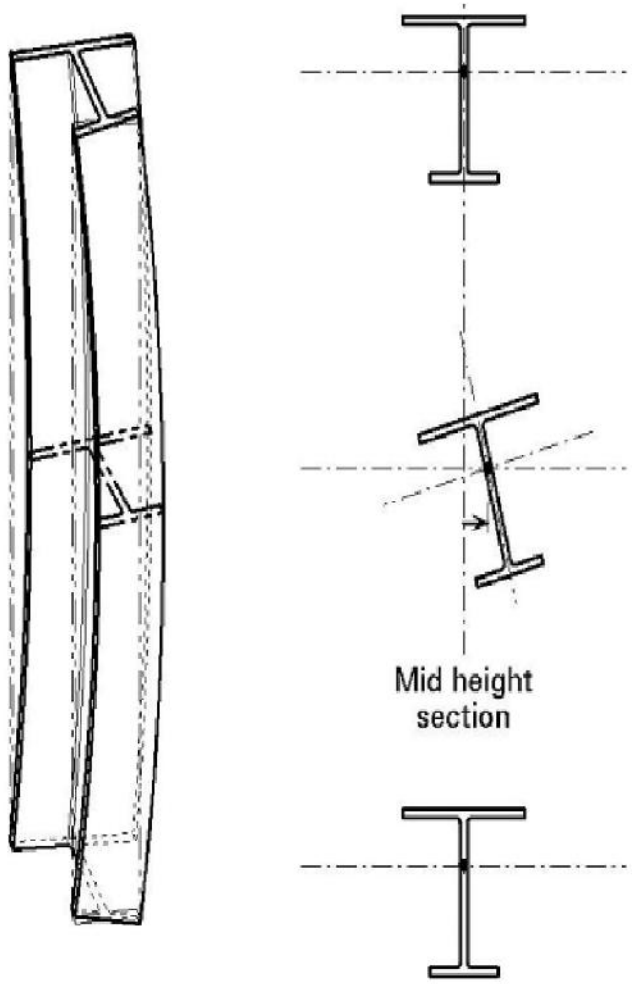
حالت	شرح اجزا	نسبت پهنا به ضخامت	حداکثر نسبت پهنا به ضخامت، λ_r (لاغر/غیرلاغر)	مثال‌های نمونه
۱	بال‌های مقاطع I شکل نورد شده، ورق‌های بیرون‌زده از مقاطع I شکل نورد شده، ساق‌های برجستهٔ جفت نبشی با اتصال پیوسته، بال‌های مقاطع ناودانی و بال‌های مقاطع سپری	b/t	$0.56\sqrt{\frac{E}{F_y}}$ [a]	
۲	بال‌های مقاطع I شکل ساخته شده از ورق و ورق‌ها یا ساق‌های نبشی بیرون زده از مقاطع I شکل ساخته شده از ورق	b/t	$0.64\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	

کمانش موضعی

جدول ۱۰-۲-۲-۱ نسبت‌های پهنا به ضخامت اجزای فشاری تقویت نشده در اعضای تحت اثر فشار محوری

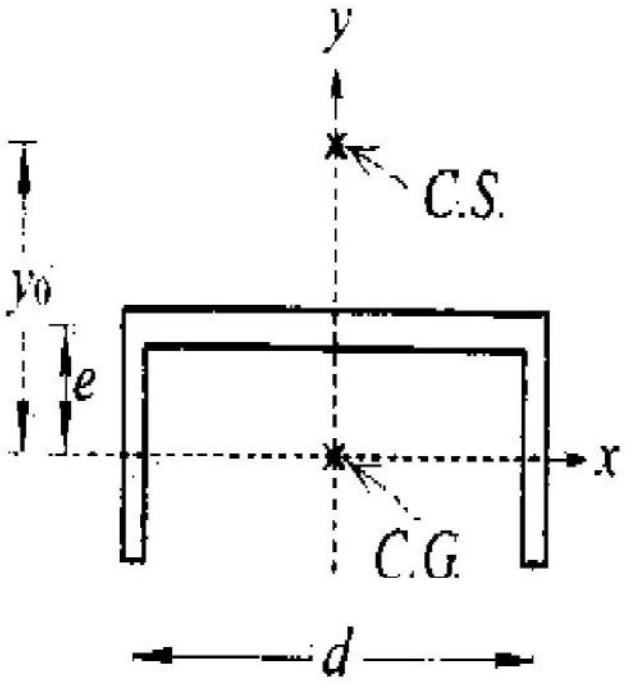
حالت	شرح اجزا	نسبت پهنا به ضخامت	حداکثر نسبت پهنا به ضخامت، λ_r (لاغر/غیرلاغر)	مثال‌های نمونه
۳	ساق‌های نبشی‌های تک، ساق‌های نبشی‌های دوبل دارای جداکننده (لقمه) و سایر اجزای تقویت نشده	b/t	$0.45\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	
۴	تیغه (جان) مقاطع سپری	d/t	$0.75\sqrt{\frac{E}{F_y}}$	

کمانش خمشی-پیچشی



کمانش خمشی-پیچشی

کمانش خمشی-پیچشی مقاطع دارای یک محور تقارن



مقاطع دارای یک محور تقارن (محور y محور تقارن) مرکز سطح و مرکز برش بر هم منطبق نبوده و در راستای آن محور به اندازه y_0 از یکدیگر فاصله دارند.

کمانش خمشی-پیچشی

کمانش خمشی-پیچشی مقاطع دارای یک محور تقارن

مبحث دهم، بند ۱۰-۲-۴-۵

$$F_e = \left(\frac{F_{ey} + F_{ez}}{2H}\right)\left[1 - \sqrt{1 - \frac{4F_{ey}F_{ez}H}{\left(F_{ey} + F_{ez}\right)^2}}\right]$$

H : کمیت بدون بعد $\quad H = 1 - \frac{{y_0}^2}{{\bar{r}_0}^2}$

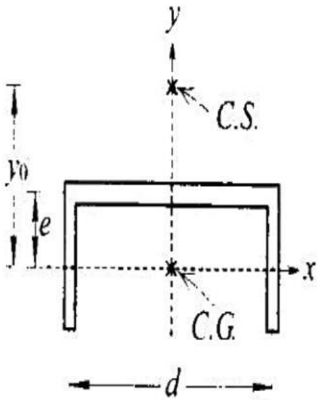
$\bar{r}_0$: شعاع ژیراسیون قطبی مقطع حول مرکز برش

$${\bar{r}_0}^2 = \frac{\bar{I}_0}{A} = \frac{I_x + I_y}{A} + {y_0}^2$$

تنش بحرانی کمانش خمشی حول محور تقارن (Y) $\quad F_{ey} = \frac{\pi^2 E}{{\lambda_y}^2}$

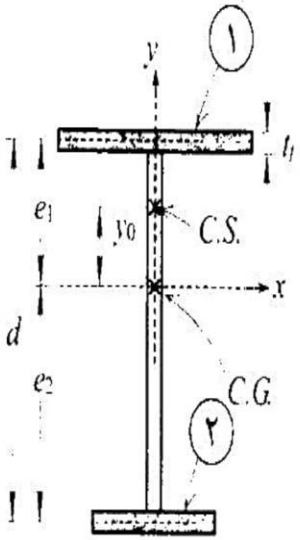
تنش بحرانی کمانش پیچشی $\quad F_{ez} = \left[\frac{\pi^2 E C_w}{(K_z L)^2} + GJ\right]\frac{1}{A_g {\bar{r}_0}^2}$

مقادیر y_0 و C_w برای برخی از مقاطع دارای یک محور تقارن



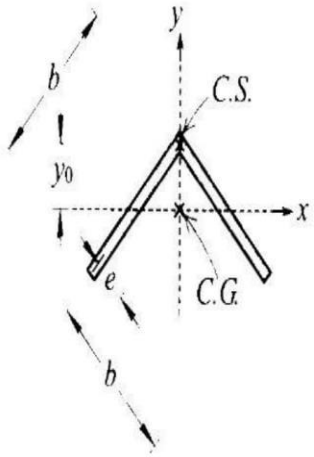
$$y_0 = \frac{d^2}{4} \cdot \frac{e}{{r_y}^2} + e$$

$$C_w = \frac{d^2}{4}(I_x - y_0 e A + 2Ae^2)$$



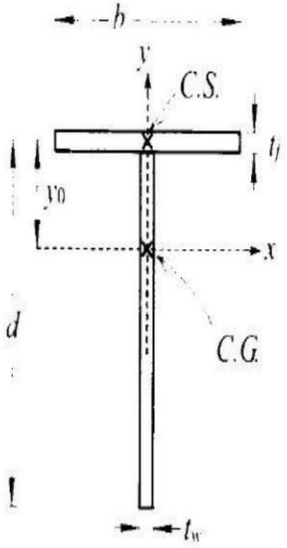
$$y_0 = \frac{e_1 {I_y}^1 - e_2 {I_y}^2}{I_y}$$

$$C_w = \frac{d^2 {I_y}^1 {I_y}^2}{I_y}$$



$$y_0 = \frac{\sqrt{2}}{4} b = \sqrt{2} e$$

$$C_w = \frac{A^3}{144}$$



$$y_0 = \frac{t_w \cdot d^2}{A} \times \frac{1}{2}$$

$$C_w = \frac{(d \cdot t_w)^3}{36} + \frac{b \cdot t_f}{144}$$

کمانش خمشی-پیچشی

مبحث دهم، بند ۱۰-۲-۴-۵

کمانش خمشی-پیچشی مقاطع دارای یک محور تقارن

مقایسه تنش بحرانی کمانش الاستیک خمشی-پیچشی با تنش بحرانی کمانش الاستیک خمشی حول محور عمود بر محور تقارن و تعیین F_{cr} براساس کمترین این دو تنش مقدار

$$\text{اگر } F_e \geq 0.44F_y \quad \rightarrow \quad F_{cr} = (0.658^{\frac{F_y}{F_e}})F_y$$

$$\text{اگر } F_e < 0.44F_y \quad \rightarrow \quad F_{cr} = 0.877F_y$$

کمانش خمشی-پیچشی

مبحث دهم، بند ۱۰-۲-۴-۵

کمانش خمشی-پیچشی مقاطع دارای یک محور تقارن

برای مقاطع سپری و زوج نبشی می توان ضریب تابیدگی را به دلیل کوچکی برابر صفر درنظر گرفت.

$$F_{ez} = \frac{GJ}{A_g \bar{r}_0^{\,2}}$$