

طراحی سازه‌های فولادی ۱

فصل پنجم:  
طراحی اعضای خمشی

## عنوان مطالب

- چند نمونه از اعضای خمشی
- کلیات
- ناپایداری موضعی ورق‌ها
- تئوری خمش پلاستیک
- کمانش پیچشی جانبی تیرها
- طراحی مقاطع فولادی تحت خمش
- تقویت بال تیرهای I شکل
- کنترل برش
- کنترل تغییر مکان (افتادگی یا خیز) تیرها
- کنترل‌های جان و بال تیرها تحت اثر بار متمرکز
- تیرهای تحت اثر خمش دو محوره

تیرها به عنوان اعضای اصلی سقف‌ها و قاب‌های ساختمانی درون سقف صلب سازه فقط متحمل لنگرهای خمشی و نیروهای برشی هستند و همچنین در ماشین‌آلات نیز می‌توانند نقش عمده‌ای را در تحمل بارها ایفا نمایند. براساس اصول علم مکانیک جامدات، لنگرهای خمشی در تارهای طولی تیر تنش‌های محوری فشاری و کششی ایجاد می‌کنند. از طرفی نیروهای برشی در نقاط مختلف مقطع تولید تنش‌های برشی می‌کند که عمدتاً در مقایسه با تنش‌های ناشی از لنگر خمشی تعیین‌کننده نیستند. از این رو در بسیاری از حالات، تیرهای فولادی ابتدا براساس خمش طراحی شده و پس از آن تنش‌های برشی در آن کنترل می‌شود. معمولاً در تیرهایی که دهانه کوچکی دارند و تحت نیروی برشی قابل توجهی قرار می‌گیرند، روند مذکور می‌تواند به عدم ارضای کنترل برش منتهی گردد که در این صورت تقویت تیر یا افزایش ابعاد آن باید توسط طراح انجام گیرد.

در اغلب سازه‌ها تیرها، وظیفه انتقال بارهای ثقیلی وارد بر سقف‌ها را به ستون‌های سازه بر عهده دارند. علاوه بر آن، در قاب‌های خمشی تیرها به عنوان یکی از اعضای باربر جانبی سازه تحت اثر لنگرها و نیروهای برشی ناشی از بارهای جانبی نیز قرار می‌گیرند. بدین ترتیب،

تیرهای موجود در قاب‌های ساختمانی را می‌توان به دو دسته تیرچه‌ها و شاه‌تیرهای اصلی تقسیم‌بندی نمود.

تیرچه‌ها صرفاً تحت بارهای ثقلی فرار گرفته و معمولاً عرض برابر آن‌ها کوچک است. در مقابل، تیرهای اصلی دارای سطح برابر بزرگی بوده و ممکن است تحت اثر بارهای جانبی نیز قرار بگیرند.

## چند نمونه از اعضای خمشی



تیرهای فولادی در یک ساختمان

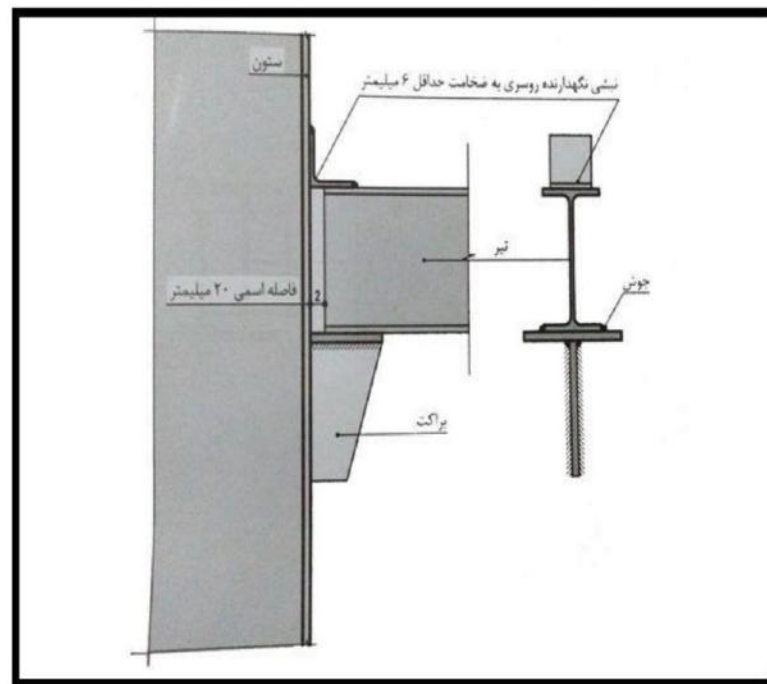


لاپه های سقف یک سوله

## چند نمونه از اتصالات اعضای خمشی

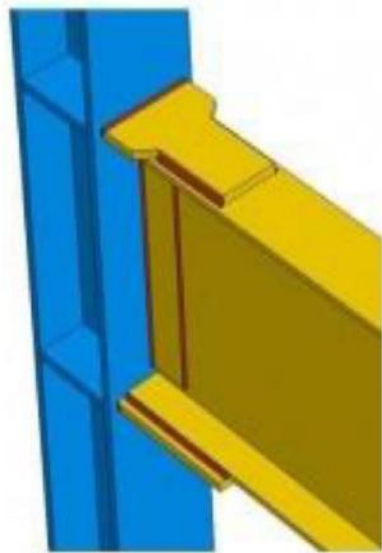


اتصال ساده با نبشی جان

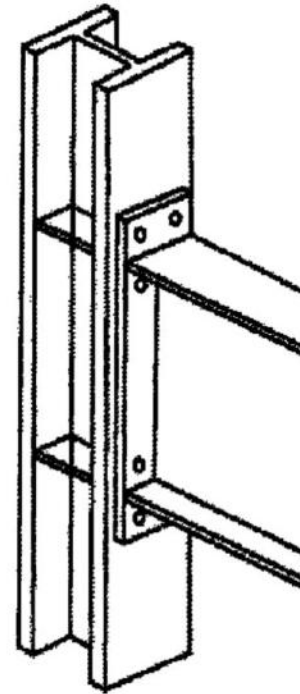


اتصال ساده با ورق نشیمن

## چند نمونه از اتصالات اعضای خمشی

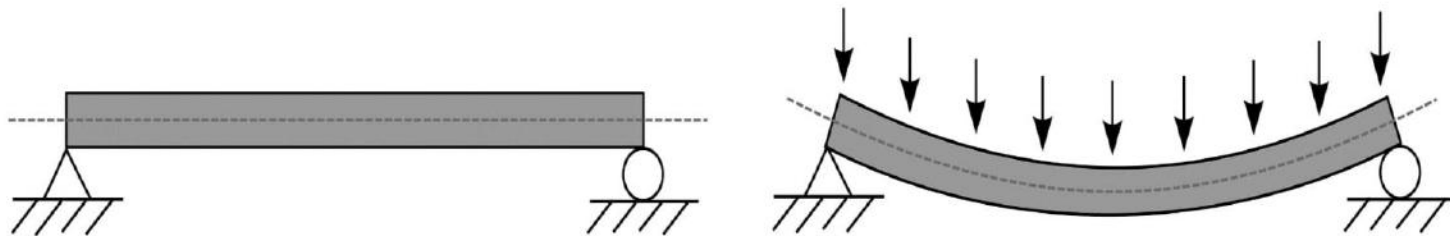


اتصال گیردار با ورق روسری و زیرسری



اتصال گیردار با ورق انتهایی

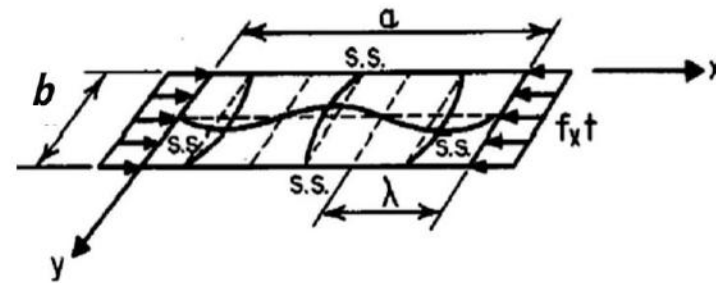
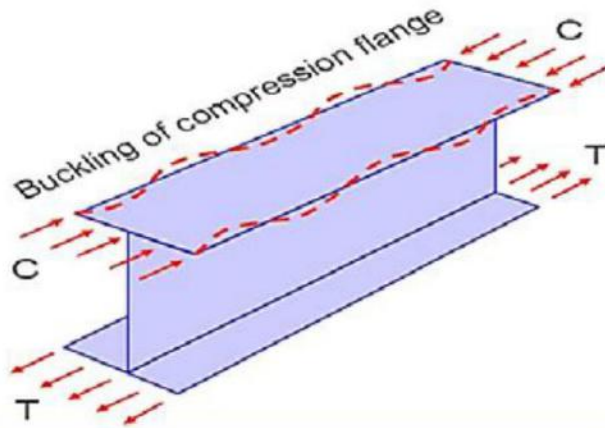
## کلیات



ابتدا طراحی بر اساس خمش و سپس کنترل تنش‌های برشی، تغییرمکان‌ها، اثر بارهای متمرکز و ...



## ناپایداری موضعی ورق‌ها

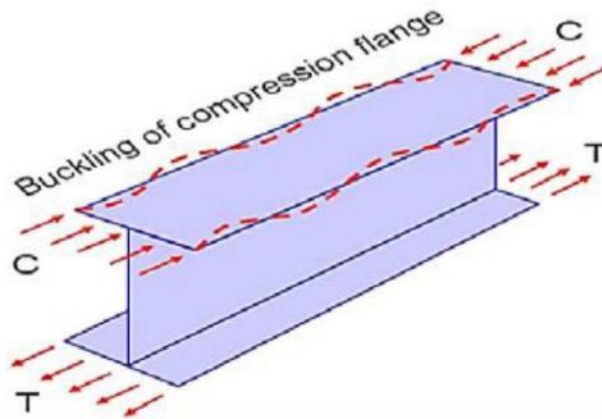


$$F_{cr} = \frac{\pi^2 E k}{12(1 - \nu^2) \left(\frac{b}{t}\right)^2}$$

$k$ : ضریب کمانش ورق (وابسته به شرایط مرزی لبه‌های ورق و توزیع تنش‌های وارده)

## ناپایداری موضعی ورق‌ها

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 E k}{12(1 - \nu^2) \left(\frac{b}{t}\right)^2} \geq F.S F_y \rightarrow \frac{b}{t} \leq \alpha \sqrt{\frac{E}{F_y}}$$



$\alpha$  : ضریب بدون بعد وابسته به ضریب کمانش ورق



## ناپایداری موضعی ورق‌ها

۱- **مقاطع فشرده**<sup>۱</sup>: ورق‌های تشکیل‌دهنده این گونه مقاطع تحت تنش‌های فشاری می‌توانند کرنش‌هایی تا چند برابر کرنش حد تسلیم را تحمل کنند. به بیان دیگر، این مقاطع توانایی ورود به ناحیه غیرالاستیک را دارا هستند و ظرفیت ورق بر مبنای تئوری پلاستیک نیز قابل بررسی است.

۲- **مقاطع غیرفشرده**<sup>۱</sup>: ورق‌های تشکیل‌دهنده این مقاطع تحت تنش‌های فشاری در محدوده الاستیک رفتار می‌کنند و کرنش نقاط مختلف کم‌تر از کرنش حد تسلیم است. به بیان دیگر، این مقاطع توانایی ورود به ناحیه غیرالاستیک را ندارند و ظرفیت ورق بر مبنای تئوری الاستیک تعیین خواهد شد. جهت اطمینان از عدم رخ دادن ناپایداری موضعی ورق، باید نسبت عرض به ضخامت ورق‌های غیرفشرده در رابطه (۴-۴) صدق کند.

۳- **مقاطع با اجزای لاغر**<sup>۲</sup>: ورق‌های تشکیل‌دهنده این مقاطع تحت تنش‌های فشاری، پیش از رسیدن به ظرفیت الاستیک مقطع ممکن است دچار کماتش موضعی شوند، به همین دلیل باید ظرفیت محاسبه شده برای این ورق‌ها براساس تئوری الاستیک به دلیل احتمال کماتش موضعی کاهش یابد. در این مقاطع نسبت عرض به ضخامت ورق‌ها در رابطه (۴-۵) صدق می‌کند.



## ناپایداری موضعی ورق‌ها

انواع مقاطع از نظر نسبت عرض به ضخامت ورق

$$\frac{b}{t} \leq \lambda_p = \alpha_c \sqrt{\frac{E}{F_y}}$$

- مقاطع با اجزای **فشرده** (توانایی رسیدن به لنگر پلاستیک)





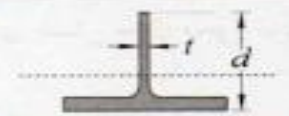

$$\lambda_p \leq \frac{b}{t} \leq \lambda_r = \alpha_{nc} \sqrt{\frac{E}{F_y}}$$

- مقاطع با اجزای **غیرفشرده** (عدم توانایی رسیدن تمام تارهای مقطع به تسلیم)

$$\frac{b}{t} > \lambda_r = \alpha_{nc} \sqrt{\frac{E}{F_y}}$$

- مقاطع با اجزای **لاغر** (امکان کماتش قبل از رسیدن هیچ تار به تسلیم)

جدول ۴-۱- نسبت‌های پهنا به ضخامت اجزای تحت فشار تقویت‌نشده در اعضای تحت اثر خمش

مثال	حداکثر نسبت پهنا به ضخامت		نسبت پهنا به ضخامت	شرح اجزا	ردیف
	مقاطع غیرفشرده $\lambda_p$	مقاطع فشرده $\lambda_p$			
	$1/\sqrt{F_y/E}$	$0.38\sqrt{E/F_y}$	$b/t$	بال‌های مقاطع I-شکل نورد شده، ناودانی‌ها و سپری‌ها	۱
	$0.95\sqrt{EK_C/F_L}$ (۱) و (۲)	$0.38\sqrt{E/F_y}$	$b/t$	بال‌های مقاطع I-شکل ساخته شده از ورق با یک یا دو محور تقارن	۲
	$1/9\sqrt{E/F_y}$	$0.54\sqrt{E/F_y}$	$b/t$	ساق‌های نبشی‌های تک	۳
	$1/\sqrt{F_y/E}$	$0.38\sqrt{E/F_y}$	$b/t$	بال‌های کلیه مقاطع I-شکل و ناودانی تحت اثر خمش حول محور ضعیف	۴
	$1/52\sqrt{E/F_y}$	$0.84\sqrt{E/F_y}$	$d/t$	تیغه (جان) مقاطع سپری	۵
	$5/7\sqrt{E/F_y}$	$3/76\sqrt{E/F_y}$	$h/t_w$	جان مقاطع I-شکل یا دو محور تقارن و جان مقاطع ناودانی	۶

اجزا با یک لبه منکفی

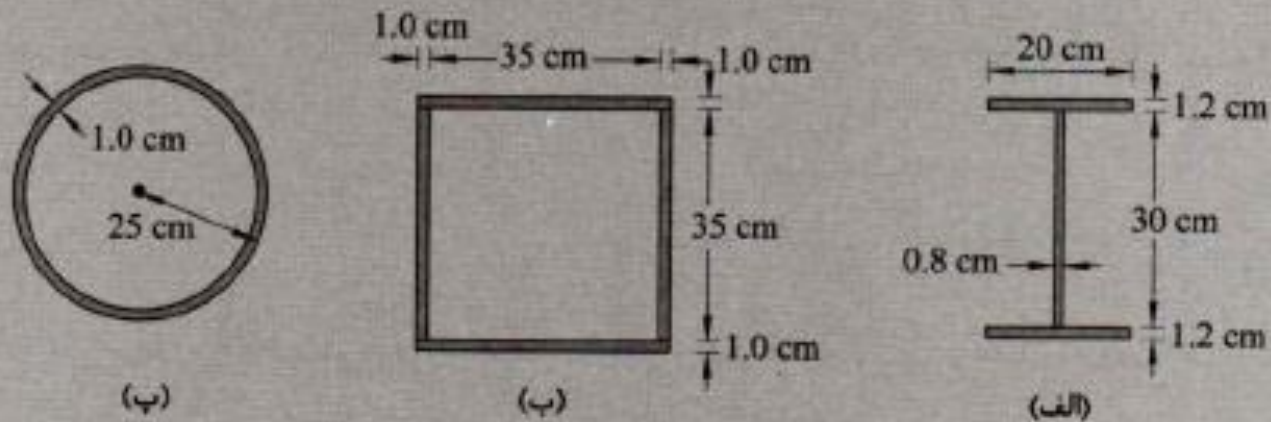
مثال	حداکثر نسبت پهنا به ضخامت		نسبت پهنا به ضخامت	شرح اجزا	شماره
	مقاطع غیر فشرده $\lambda_p$	مقاطع فشرده $\lambda_p$			
	$\Delta/\gamma \cdot \sqrt{E/F_y}$	$\frac{h_c}{h_p} \sqrt{\frac{E}{F_y}} \cdot \left( \frac{M_p}{M_y} \right)^{1/4}$	$\frac{h_c}{t_w}$	جان مقاطع I- شکل با یک محور تقارن	۷
	$1/4 \cdot \sqrt{E/F_y}$	$1/12 \cdot \sqrt{E/F_y}$	$b/t$	بال‌های مقاطع توخالی مستطیلی شکل (HSS)	۸
	$1/4 \cdot \sqrt{E/F_y}$	$1/12 \cdot \sqrt{E/F_y}$	$b/t$	ورق‌های پوششی و ورق‌های دیافراگم در حد فاصل خطوط جوش یا پیچ	۹
	$\Delta/\gamma \cdot \sqrt{E/F_y}$	$2/42 \cdot \sqrt{E/F_y}$	$h/t$	جان‌های مقاطع توخالی مستطیل شکل (HSS) و جعبه‌ای	۱۰
	$1/31 \cdot \sqrt{E/F_y}$	$1/10 \cdot \sqrt{E/F_y}$	$D/t$	مقاطع توخالی دایره‌ای شکل	۱۱
	$1/49 \cdot \sqrt{E/F_y}$	$1/12 \cdot \sqrt{E/F_y}$	$b/t$	بال مقاطع قوطی ساخته شده از ورق	۱۲

شماره: ۱۰۰۰۰۰۰۰۰۰

## مثال ۱-۴:

مشخص کنید مقاطع شکل ۱-۴ تحت اثر خمش از نظر پدیده کمانش موضعی جزء کدام دسته از مقاطع فشرده، غیرفشرده و یا مقاطع با اجزای لاغر قرار می گیرند.

$$F_y = 2400 \text{ kg/cm}^2, \quad E = 2.04 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$$



شکل ۱-۴ - مقاطع مثال ۱-۴

هل:

با توجه به جدول ۱-۴ می توان نوشت،

مقطع شکل ۱-۴-الف

اگر خمش حول محوری قوی باشد براساس ردیف های ۲ و ۶ جدول ۱-۴،

$$\text{بال فشرده است.} \rightarrow \frac{b}{t} = \frac{0.5b_f}{t_f} = \frac{10}{1/2} = 8/33 \leq 0.38 \sqrt{\frac{2/0.4 \times 10^6}{2400}} = 11/0.8$$

$$\text{جان فشرده است.} \rightarrow \frac{h}{t} = \frac{30}{0.8} = 37/5 \leq 3/76 \sqrt{\frac{2/0.4 \times 10^6}{2400}} = 109/6$$

با توجه به آن که بال و جان مقطع هر دو شرایط فشرده گی رابطه (۳-۴) را دارا هستند، به شرط آن که اتصال بال به جان پیوسته باشد، مقطع فشرده است.

اگر خمش حول محور ضعیف باشد براساس ردیف ۴ جدول ۱-۴،

$$\text{بال فشرده است.} \rightarrow \frac{b}{t} = \frac{10}{1/2} = 8/33 \leq 0.38 \sqrt{\frac{2/0.4 \times 10^6}{2400}} = 11/0.8$$

پس مقطع تحت خمش حول محور ضعیف نیز فشرده است.



### مقطع شکل ۱-۴-ب

بر اساس ردیف‌های ۱۲ و ۱۰ جدول ۱-۴،

$$\text{بال فشرده نیست.} \quad \frac{b_f}{t_f} = \frac{35}{1} = 35 > 1/12 \sqrt{\frac{2/0.4 \times 1.6}{2400}} = 32/65 \rightarrow$$

$$\text{بال غیر فشرده است.} \quad \frac{b}{t} = 35 \leq 1/49 \sqrt{\frac{2/0.4 \times 1.6}{2400}} = 43/44 \rightarrow$$

$$\text{جان فشرده است.} \quad \frac{h}{t_w} = \frac{35}{1} = 35 \leq 2/22 \sqrt{\frac{2/0.4 \times 1.6}{2400}} = 70/55 \rightarrow$$

از آن جایی بال شرایط فشردگی را ندارد، علی‌رغم فشرده بودن جان، مقطع غیر فشرده محسوب می‌شود.

### مقطع شکل ۱-۴-ب

بر اساس ردیف ۱۱ جدول ۱-۴،

$$\text{مقطع فشرده است.} \quad \frac{D}{t} = \frac{50}{1} = 50 \leq 0.7 \times \frac{2/0.4 \times 1.6}{2400} = 59/5 \rightarrow$$

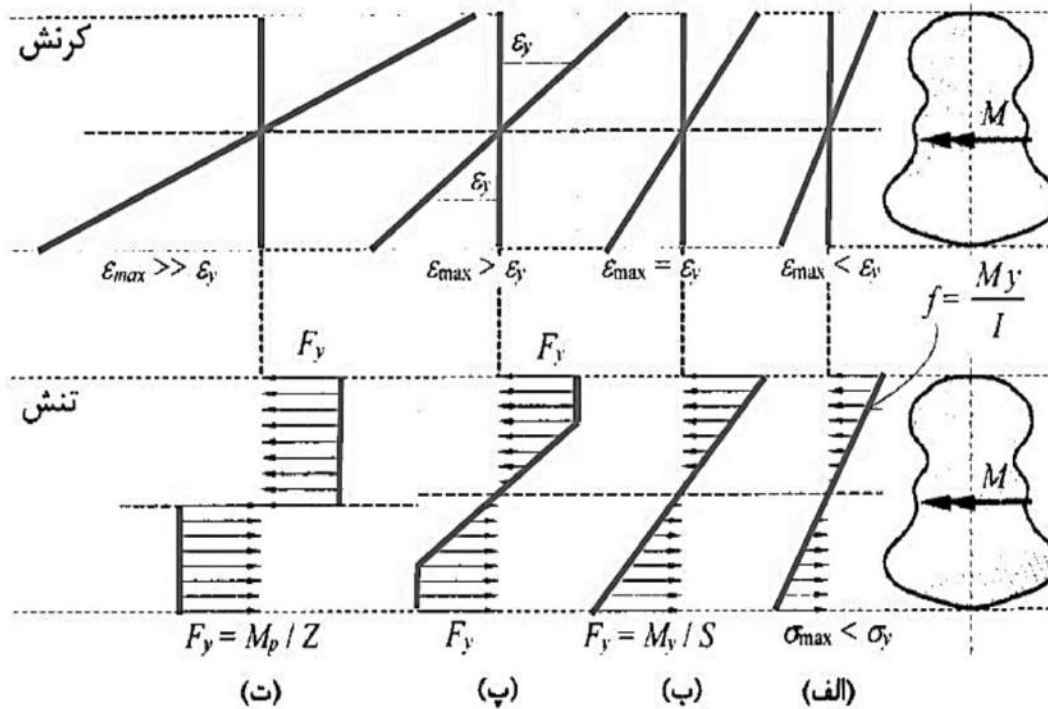
## تئوری خمش پلاستیک

### ۴-۳- تئوری خمش پلاستیک

بر اساس نظریه خمش تیرها در مبحث مکانیک جامدات، در تیرهای طویل که نسبت طول دهانه به عمق مقطع بزرگ‌تر از پنج است، فرضیات برنولی صادق است. بر اساس فرضیات برنولی، صفحات عمود بر سطح مقطع تیر، پس از خمش به صورت صفحه و عمود بر تار خنثی باقی می‌مانند. بدین ترتیب می‌توان کرنش‌های محوری ایجاد شده در ارتفاع مقطع (عمود بر محور خمش) را با تغییرات خطی بیان کرد به گونه‌ای که در میانه مقطع مقدار آن صفر باشد.

## تئوری خمش پلاستیک

در حالت حدی تمام نقاط مقطع به حد تسلیم می‌رسند. در چنین حالتی لنگر ایجاد شده در مقطع **لنگر پلاستیک** یا  $M_p$  نام دارد.

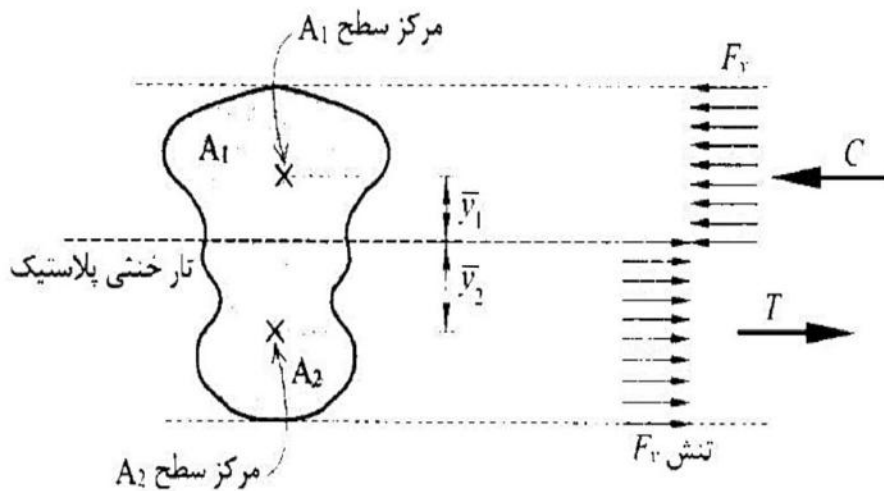


توزیع کرنش و تنش در مقطع تحت خمش

تعیین محل تار خنثی به کمک بررسی  
تعداد نیرویی مقطع (امکان تغییر تار  
خنثی در مقاطع نامتقارن با تغییر انحنای  
مقطع)

## تئوری خمش پلاستیک

برای تعیین  $M_p$  در یک مقطع؛ ابتدا تعیین محل تار خنثی



وضعیت یک مقطع در حالت خمش پلاستیک

$$C = T \rightarrow F_y A_1 = F_y A_2 \rightarrow A_1 = A_2 = \frac{A}{2}$$

$$M_p = C \bar{y}_1 + T \bar{y}_2 = F_y A_1 \bar{y}_1 + F_y A_2 \bar{y}_2$$

$$M_p = Z F_y \quad Z = Q_1 + Q_2$$

$Z$ : اساس مقطع پلاستیک

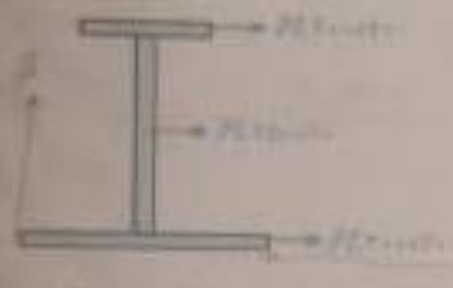
$$k_p = \frac{M_p}{M_y} = \frac{Z}{S}$$

$k_p$ : ضریب شکل

$S$ : اساس مقطع الاستیک

تمرین ۱: فاصله نوار ختنی الاستیک و پلاستیک در مقطع زیر، چند mm است؟

۱۸ - ۶ - شیب ۱۸



- $A_1 = A_2$  ۷۶/۳ (۱)
- ۷۲/۶ (۲)
- ۶۷/۳ (۳)
- ۶۲/۷ (۴)

● محور ختنی در حالت الاستیک در محل مرکز سطح مقطع قرار می‌گیرد، در صورتیکه در حالت پلاستیک، محور ختنی به گونه‌ای قرار می‌گیرد که مقطع را به دو نیمه با مساحت یکسان تقسیم می‌کند لذا در حالت الاستیک محل قرارگیری محور ختنی عبارت است از:



$$\bar{y}_e = \frac{20 \times 2 \times 1 + 25 \times 1 \times 19.5 + 20 \times 2 \times 28}{20 \times 2 + 25 \times 1 + 20 \times 2} = 16.76 \text{ cm}$$

الاستیک است مرکز ختنی

محل قرارگیری محور ختنی در حالت پلاستیک عبارت است از:



$$A_1 = A_2 \Rightarrow 20 \times 2 + (25 + 2 - \bar{y}_p) \times 1 = (\bar{y}_p - 2) \times 1 + 20 \times 2$$

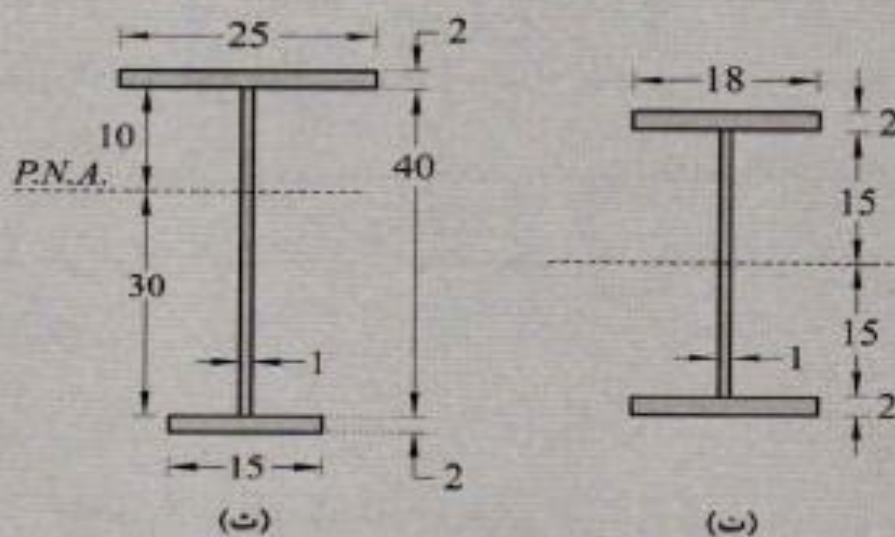
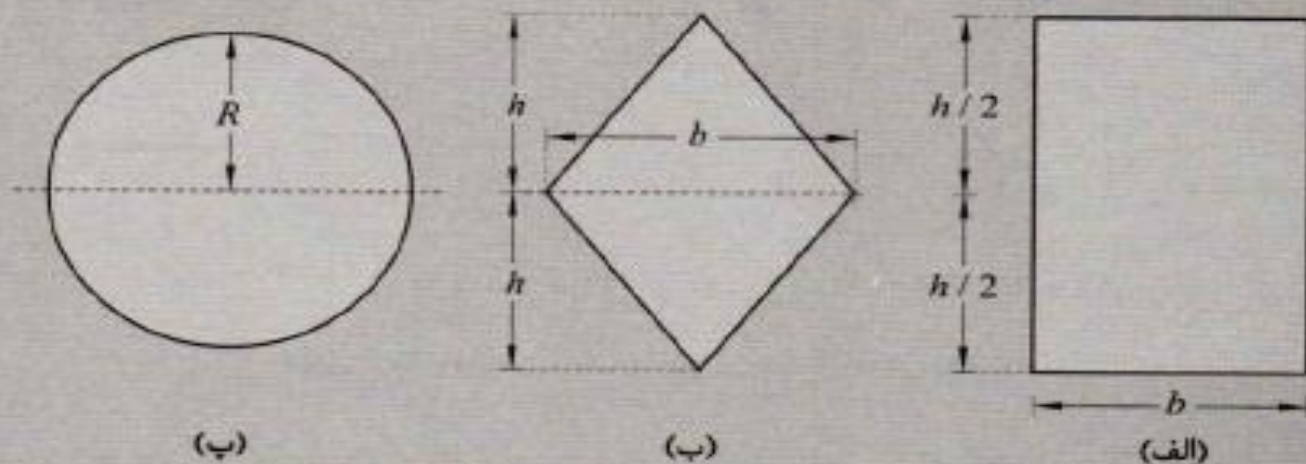
$$\Rightarrow \bar{y}_p = 9.5 \text{ cm}$$

$$\bar{y}_e - \bar{y}_p = 16.76 - 9.5 = 7.26 \text{ cm} = 72.6 \text{ mm}$$

بنابراین گزینه (۲) صحیح است

مثال ۳-۴:

مقادیر اساس مقطع پلاستیک و ضریب شکل را برای مقاطع شکل ۴-۹ تعیین کنید.



شکل ۴-۹ - مقاطع مثال ۳-۴

حل:

$$A_1 = A_r = \frac{bh}{r}, \quad \bar{y}_1 = \bar{y}_r = \frac{h}{4} \Rightarrow Z = \left( \frac{bh}{r} \times \frac{h}{4} \right) \times r = \frac{bh^2}{4}$$

الف:

$$\Rightarrow k_p = \frac{\frac{bh^2}{4}}{\frac{bh^2}{6}} = 1/5$$

$$A_1 = A_r = \frac{bh}{r}, \quad \bar{y}_1 = \bar{y}_r = \frac{h}{r} \Rightarrow Z = \left( \frac{bh}{r} \times \frac{h}{r} \right) \times r = \frac{bh^2}{r}$$

ب:

$$\Rightarrow k_p = \frac{\frac{bh^2}{r}}{\frac{bh^2}{6}} = r$$

$$A_1 = A_r = \frac{\pi R^2}{r}, \quad \bar{y}_1 = \bar{y}_r = \frac{rR}{r\pi} \Rightarrow Z = \left( \frac{\pi R^2}{r} \times \frac{rR}{r\pi} \right) \times r = \frac{r}{r} R^2$$

ج:

$$\Rightarrow k_p = \frac{\frac{r}{r} R^2}{\frac{\pi}{6} R^2} = \frac{16}{r\pi} = 1/698$$

$$A_1 = A_r = 18 \times 2 + 15 \times 1 = 51 \text{ cm}^2 \Rightarrow Z = (18 \times 2 \times 16 + 15 \times 1 \times 7/5) \times 2 = 1377 \text{ cm}^2$$

د:

$$I = \frac{18 \times 2^3}{12} - \frac{17 \times 2^3}{12} = 2.7 \cdot 6 \text{ cm}^4 \Rightarrow S = \frac{2.7 \cdot 6}{17} = 1218 \text{ cm}^4$$

$$\Rightarrow k_p = \frac{1377}{1218} = 1/131$$

ث:

محل محور خنثی پلاستیک به نحوی تعیین می‌شود که مقطع را به دو نیم مقطع با مساحت  $60 \text{ cm}^2$  تقسیم کند که محل آن در شکل ۴-۹-ث نشان داده شده است.

$$A = 25 \times 2 + 4 \times 1 + 15 \times 2 = 120 \text{ cm}^2 \Rightarrow A_1 = A_2 = 60 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow Q_1 = 25 \times 2 \times 11 + 1 \times 1 \times 5 = 600 \text{ cm}^3 \Rightarrow Z = 600 + 1380 = 1980 \text{ cm}^3$$

$$Q_2 = 15 \times 2 \times 31 + 3 \times 1 \times 15 = 1380$$

طراحی سازه‌های فولادی به روش حالات حدی (LRFD-ASD)

۲۸۶

برای تعیین اساس مقطع الاستیک مقطع باید محل محور خنثی الاستیک که همان مرکز سطح مقطع است تعیین گردد. چنانچه  $\bar{y}$  فاصله‌ی تار خنثی الاستیک از تارهای پایین مقطع باشد،

$$\bar{y} = \frac{15 \times 2 \times 1 + 4 \times 1 \times 22 + 25 \times 2 \times 23}{120} = 25/5 \text{ cm}$$

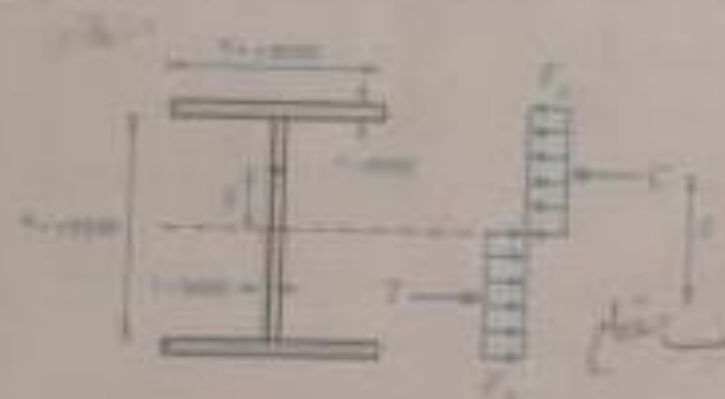
در واقع در این مقطع محور خنثی الاستیک و پلاستیک مقطع به اندازه  $22 - 25/5 = 6/5 \text{ cm}$  با یکدیگر فاصله دارند.

$$I = 39170 \Rightarrow S = \frac{39170}{25/5} = 1526 \text{ cm}^3 \Rightarrow k_p = \frac{1980}{1526} = 1/289$$



تعمیرات ۳: در یک تیر ورق با مقطع I متناظر، از ورق‌های  $PL\ 200 \times 20\ mm$  برای سازه و از ورق  $PL\ 400 \times 10\ mm$  برای جان استفاده شده است. در صورتی که نوع فولاد  $ST\ 37$  ( $F_y = 235\ MPa$ ) باشد، مقدار لنگر پلاستیک مورد انتظار این مقطع بر حسب  $kN.m$  حدوداً برآورد است یا:

۱) ۸۰۰ (۲)      ۲) ۷۰۰ (۲)      ۳) ۶۰۰ (۲)      ۴) ۹۰۰ (۲)



در اینجا توجه به اینکه در موقع اتصال لنگر پلاستیک بر مقطع، محور خنثی در مقطع به گونه‌ای قرار می‌گیرد که مقطع را به دو نیمه با مساحت یکسان تقسیم نماید خواهیم داشت:

$$Z = \frac{200 \times 10 \times 100 + 200 \times 20 \times 210}{200 \times 10 + 200 \times 20} = 182.5\ mm$$

$$\Rightarrow z = 2Z = 365\ mm$$

$$C = T = F_y \times \frac{A}{2} = 235 \times \frac{(200 \times 10 + 200 \times 20)}{2} = 192000\ N$$

$$M_p = C \times z = T \times z = 192000 \times 365 = 70080000\ N.m = 700.8\ kN.m$$

توجه: بر اساس بند ۳-۲-۱۰ از محبت دهم مقررات ملی ساختمان (ویرایش ۱۳۹۲)، مقاومت تسلیم مورد انتظار برای مقاطع ساخته شده از ورق با صلب عدد ۱۷۵ در مقدار مقاومت تسلیم محاسباتی به دست می‌آید.

بنابراین در این سؤال داریم:

$$M_{p,req} = 1/15 M_p = 1/15 \times 700.8 = 46.72\ kN.m$$

بنابراین گزینه (۱) صحیح است.

