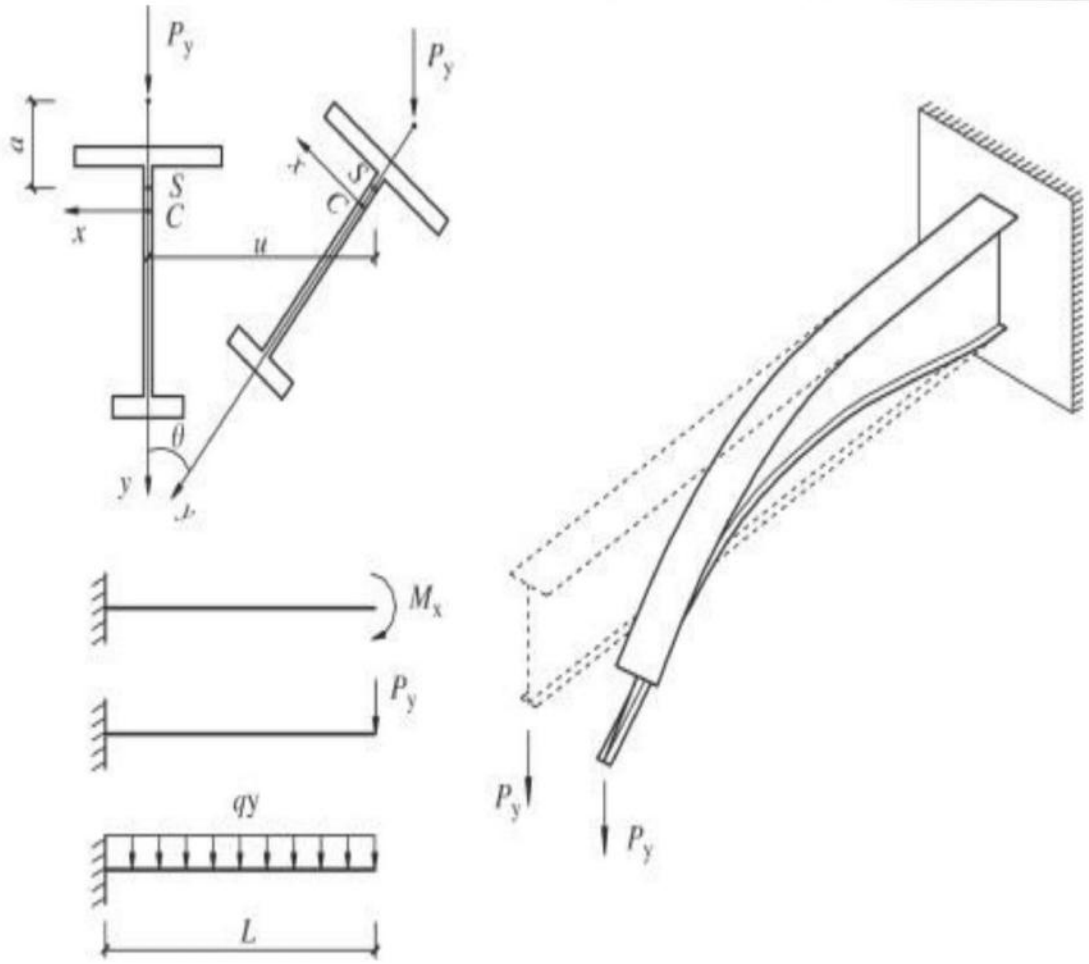
طراحی سازه‌های فولادی ۱

فصل چهارم
طراحی اعضای خمشی

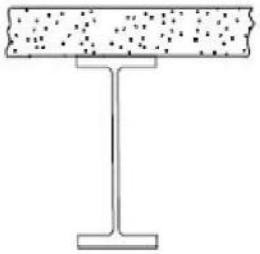
کتاب مرجع: طراحی سازه‌های فولادی به روش حالات حدی؛ جلد پنجم؛ ازهری. م. و همکاران

کمانش پیچشی- جانبی تیرها

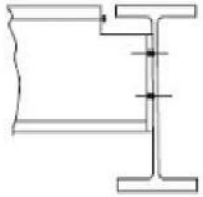


کمانش پیچشی- جانبی تیرها

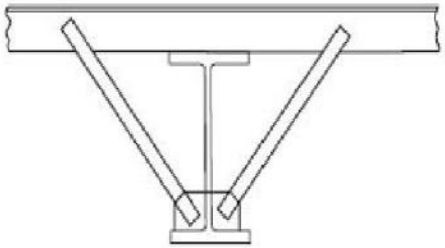
نمونه هایی از مهار جانبی بال فشاری تیرها



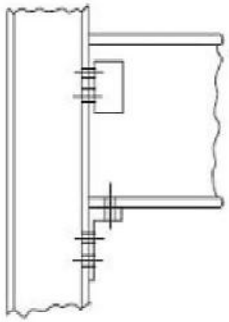
Floor slab provides
full lateral restraint



Secondary beam provides
lateral restraint

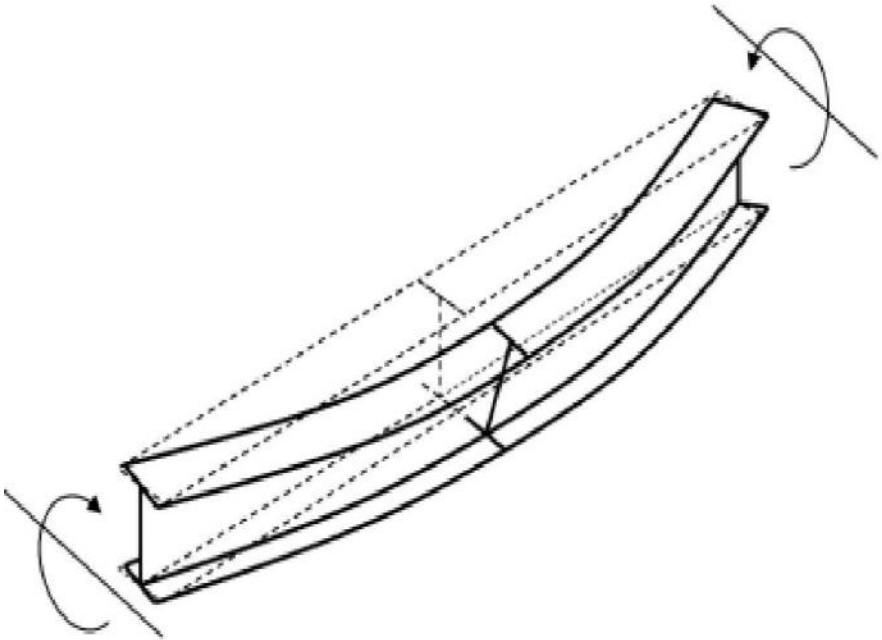


Lateral and torsional restraint



Torsional restraint
free to rotate in plan

کمانش پیچشی- جانبی تیرها



با حل معادله دیفرانسیل حاکم بر کمانش داریم:

(زمانی که لنگر خمشی در طول مهار نشده L_b یکنواخت باشد)

برای تیر تحت خمش یکنواخت:

$$M_{cr0} = \sqrt{\frac{\pi^4}{{L_b}^4} E C_w E I_y + \frac{\pi^2}{{L_b}^2} E I_y G J}$$

در سایر شرایط بارگذاری، بار کمانشی بیش از حالت خمش یکنواخت است : $M_{cr} = C_b M_{cr0}$

کمانش پیچشی- جانبی تیرها

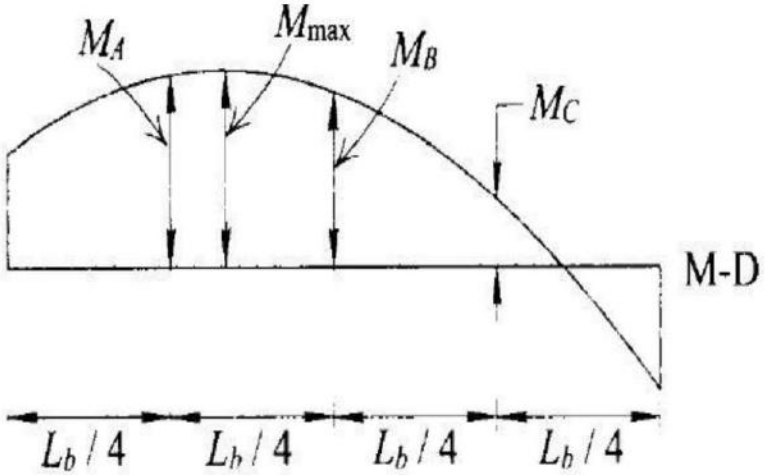
اساس مقطع پلاستیک، ضریب تابیدگی و ثابت پیچشی
مقاطع استاندارد در برخی جداول اشتال:

$Q = Z/2$ ثابت پیچشی C_w

پروفیل	I			
	S_x cm^3	i_x cm	J_D cm^4	C_M cm^6
80	11,4	6,84	0,869	87,5
100	19,9	8,57	1,60	268
120	31,8	10,3	2,71	685
140	47,7	12,0	4,32	1540
160	68,0	13,7	6,57	3140
180	93,4	15,5	9,58	5920
200	125	17,2	13,5	10520
220	162	18,9	18,6	17760
240	206	20,6	25,0	28730
260	257	22,3	33,5	44070
280	316	24,0	44,2	64580
300	381	25,7	56,8	91850

کمانش پیچشی- جانبی تیرها

ضریب اصلاح کمانش پیچشی-جانبی (C_b)



$$C_b = \left(\frac{12.5M_{max}}{2.5M_{max} + 3M_A + 4M_B + 3M_C} \right)$$

C_b : ضریب یکنواختی

M_{max} : قدر مطلق لنگر حداکثر در طول مهار نشده L_b

M_A، M_B و M_C : به ترتیب قدر مطلق لنگر خمشی در $\frac{1}{4}$، $\frac{1}{2}$ و $\frac{3}{4}$ طول مهار نشده عضو

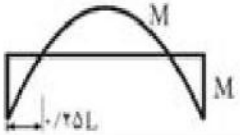
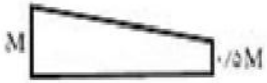
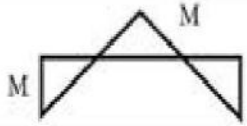
$$M_{cr} = C_b \sqrt{\frac{\pi^4}{L_b^4} EC_w EI_y + \frac{\pi^2}{L_b^2} EI_y GJ}$$

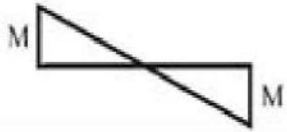
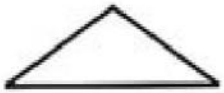
مبحث دهم، بند ۱۰-۲-۵-۱-۳

در تیرهای طره‌ای با انتهای آزاد مهار نشده $C_b = 1.0$

کمانش پیچشی- جانبی تیرها

- ضریب Cb برای طره ۱ می باشد.

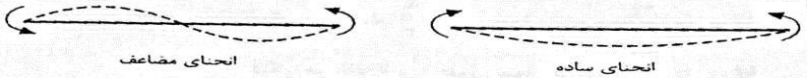
ردیف	نمودار M	C_b
۱		۱
۲		۱/۱۵
۳		۱/۹
۸		۱
۹		۱/۳۵
۱۰		۱/۹

۴		۲/۲۵
۵		۱/۳
۶		۱/۴
۷		۱/۶۵

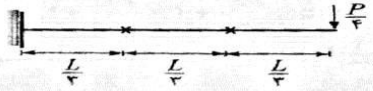
تبصره ۲: برای اعضای خمشی با مقطع نامتقارن، C_b را می‌توان به‌طور محافظه‌کارانه مساوی واحد در نظر گرفت.

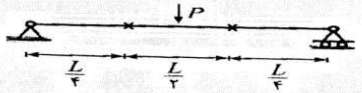
نکته ۱: برای اعضای با مقطع دارای یک محور تقارن و با انحنای مضاعف، حالت حدی کمانش پیچشی - جانبی باید برای هر دو بال کنترل شود. مقاومت خمشی موجود باید بزرگتر یا مساوی لنگر خمشی حداکثر که در بال مورد نظر فشار ایجاد می‌نماید، باشد.

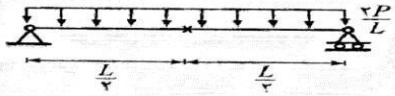
نکته ۲: منظور از انحنای ساده یا انحنای مضاعف در یک تیر تحت اثر خمش، در شکل‌های زیر مشخص شده است.

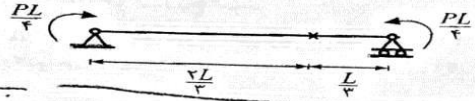


تمرین ۶: در کدام‌یک از تیرهای زیر احتمال کمانش پیچشی - جانبی بیشتر است؟ تمام تیرها در تکیه‌گاه‌ها و نقاط مشخص شده با علامت × دارای مهار جانبی بال فشاری هستند. طول تمام تیرها مساوی L می‌باشد. (پایه ۱ - ۸۲)

۱)


۲)


۳)


۴)


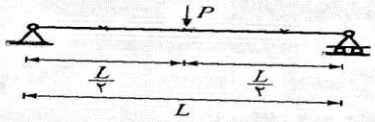
● حل: برای بررسی میزان احتمال پدیدهٔ کمانش پیچشی - جانبی، باید دو عامل زیر در نظر گرفته شود:

۱- طول آزاد مهار نشدهٔ عضو ۲- لنگر ماکزیمم (با درنظرگیری جنس و مقطع یکسان برای تیرها)

مقدار لنگر ماکزیمم در تمامی گزینه‌ها برابر $\frac{PL}{۴}$ می‌باشد، اما طول آزاد بین دو تکیه‌گاه جانبی در عضو گزینهٔ چهارم از همه بیشتر و برابر $\frac{۲L}{۳}$ می‌باشد، لذا احتمال کمانش پیچشی - جانبی در این تیر بیشتر است.

بنابراین گزینهٔ (۴) صحیح است.

تمرین ۷: برای تیر دو سر سادهٔ شکل زیر، چنانچه تکیه‌گاه‌های جانبی در نقاط تکیه‌گاهی وجود داشته باشند، ضریب یکنواختی نمودار لنگر (C_b) کدام‌یک از مقادیر زیر است؟ (پایه ۳ - ۸۶، با کمی تغییر)



۱) $C_b = ۱$

۲) $C_b = ۱/۳۲$

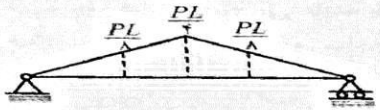
۳) $C_b = ۲/۳$

۴) $C_b = ۰/۸۵$

● حل: طبق رابطهٔ C_b داریم:

$$C_b = \frac{۱۲/۵\, M_{max}}{۲/۵\, M_{max} + ۳\, M_A + ۴\, M_B + ۳\, M_C}$$

حال با توجه به نمودار لنگر در تیر می‌توان مقدار لنگرهای مورد نیاز برای محاسبهٔ C_b را به‌دست آورد. توجه کنید که تیر بین دو تکیه‌گاه مهار نشده است.



حداکثر لنگر در حد فاصل دو مقطع مهار شده $M_{max} = \frac{PL}{4}$

لنگر در نقطه $\frac{1}{4}$ طول مهار نشده $M_A = \frac{PL}{8}$

لنگر در نقطه $\frac{1}{2}$ طول مهار نشده $M_B = \frac{PL}{4}$

لنگر در نقطه $\frac{3}{4}$ طول مهار نشده $M_C = \frac{PL}{8}$

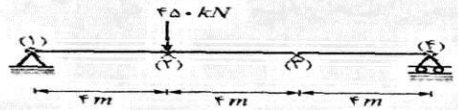
$$\Rightarrow C_b = \frac{۱۲/۵ \times \frac{PL}{4}}{۲/۵ \times \frac{PL}{4} + ۳ \times \frac{PL}{8} + ۴ \times \frac{PL}{4} + ۳ \times \frac{PL}{8}} = ۱/۳۲$$

نکته: برای تیر دو سر ساده تحت بار متمرکز در وسط دهانه، مقدار $C_b = ۱/۳۲$ می‌باشد و به مقدار بار و طول دهانه بستگی ندارد.

بنابراین گزینهٔ (۲) صحیح است.

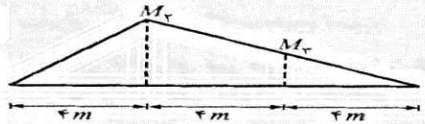
تمرین ۸: چنانچه در تیر شکل زیر در نقاط (۱)، (۲)، (۳) و (۴) از حرکت جانبی بال فشاری جلوگیری شده باشد، ضریب یکنواختی نمودار لنگر خمشی در قسمت (۲-۳) تیر در طراحی به روش حدی حدوداً چقدر است؟

(پایه ۳ - ۹۰، با کمی تغییر)



۱) ۱/۲۵
۲) ۲/۳
۳) ۱/۰
۴) ۲/۰

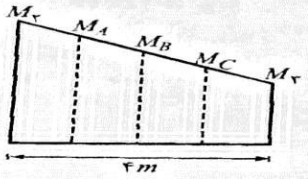
● **حل:** برای تعیین مقدار ضریب یکنواختی در قسمت (۲-۳)، باید ابتدا نمودار لنگر تیر رسم شده و سپس مقدار لنگرهای مورد نیاز در قسمت (۲-۳) به‌دست آید.



$$M_۲ = \frac{Pab}{L} = \frac{۴۵۰ \times ۴ \times ۸}{۴+۸} = ۱۲۰۰\ kN.m$$

$$\Rightarrow \text{با استفاده از رابطه تالس} \quad M_۳ = \frac{۱}{۲} M_۱ = ۶۰۰\ kN.m$$

حال باید لنگر را در نقاط $\frac{1}{4}$، $\frac{1}{2}$ و $\frac{3}{4}$ بین نقاط (۲) و (۳) به‌دست آوریم. به این منظور با استفاده از رابطه تالس داریم:



$$M_A = M_۲ - \frac{۱}{۴} \times \underbrace{۶۰۰}_{M_۲ - M_۳} = ۱۰۵۰\ kN.m$$

$$M_B = M_۲ - \frac{۱}{۲} \times ۶۰۰ = ۹۰۰\ kN.m$$

$$M_C = M_۲ - \frac{۳}{۴} \times ۶۰۰ = ۷۵۰\ kN.m$$

حال برای محاسبه C_b داریم:

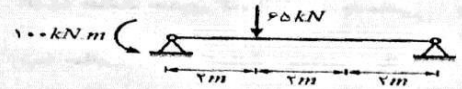
$$C_b = \frac{۱۲/۵\, M_{max}}{۲/۵\, M_{max} + ۳\, M_A + ۴\, M_B + ۳\, M_C} = \frac{۱۲/۵ \times ۱۲۰۰}{۲/۵ \times ۱۲۰۰ + ۳ \times ۱۰۵۰ + ۴ \times ۹۰۰ + ۳ \times ۷۵۰} = ۱/۲۵$$

بنابراین گزینهٔ (۱) صحیح است.

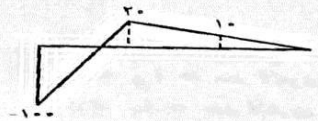
تمرین ۹: در تیر زیر، ضریب یکنواختی نمودار لنگر (C_b) را محاسبه کنید. (تیر بدون تکیه‌گاه جانبی می‌باشد)

(پایه ۳ - شهریور ۹۱، با کمی تغییر)

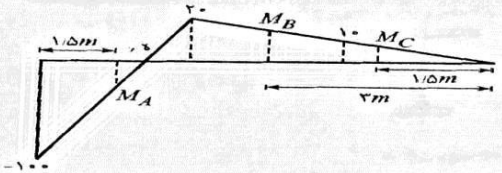
۱) ۲/۲۵
۲) ۲/۷
۳) ۳/۴۵
۴) ۴/۱

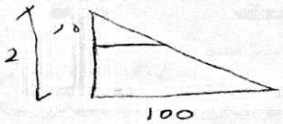


● حل: برای حل ابتدا باید نمودار لنگر خمشی را در این تیر رسم کنیم.

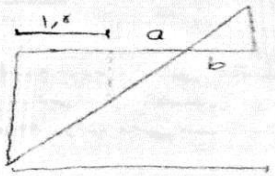


حال با توجه به اینکه تیر بدون تکیه‌گاه جانبی است، باید مقادیر لنگرهای مورد نیاز را در کل طول تیر محاسبه کنیم؛ دقت کنید که در محاسبه این لنگرها، قدرمطلق لنگر موردنظر بوده و علامت لنگر مهم نیست.





$$\frac{۱۰۰}{2} = \frac{۲۰}{۱/۵}$$



$$\frac{۱۰۰}{1.5+a} = \frac{2}{20-(1.5+a)}$$

$M_{max} = ۱۰۰\, kN.m$ (لنگر حداکثر در تیر)

$M_A = ۱۰۰ - \frac{۱/۵}{۲} \times (۱۰۰ + ۲۰) = ۱۰\, kN.m$ (لنگر در $\frac{۱}{۴}$ دهانه تیر)

$M_B = \frac{۲۰+۱۰}{۲} = ۱۵\, kN.m$ (لنگر در وسط تیر)

$M_C = ۱۰ - \frac{۰/۵}{۲} \times ۱۰ = ۷/۵\, kN.m$ (لنگر در $\frac{۳}{۴}$ دهانه تیر)

حال برای محاسبه C_b داریم:

$$C_b = \frac{۱۲/۵\, M_{max}}{۲/۵\, M_{max} + ۳\, M_A + ۴\, M_B + ۳\, M_C} = \frac{۱۲/۵ \times ۱۰۰}{۲/۵ \times ۱۰۰ + ۳ \times ۱۰ + ۴ \times ۱۵ + ۳ \times ۷/۵} = ۳/۴۵$$

بنابراین گزینهٔ (۳) صحیح است.

مقاومت خمشی طراحی

مبحث دهم، بند ۱۰-۲-۵-۱-۱

$$M_u \leq \varphi_b M_n$$

M_u : لنگر خمشی حداکثر

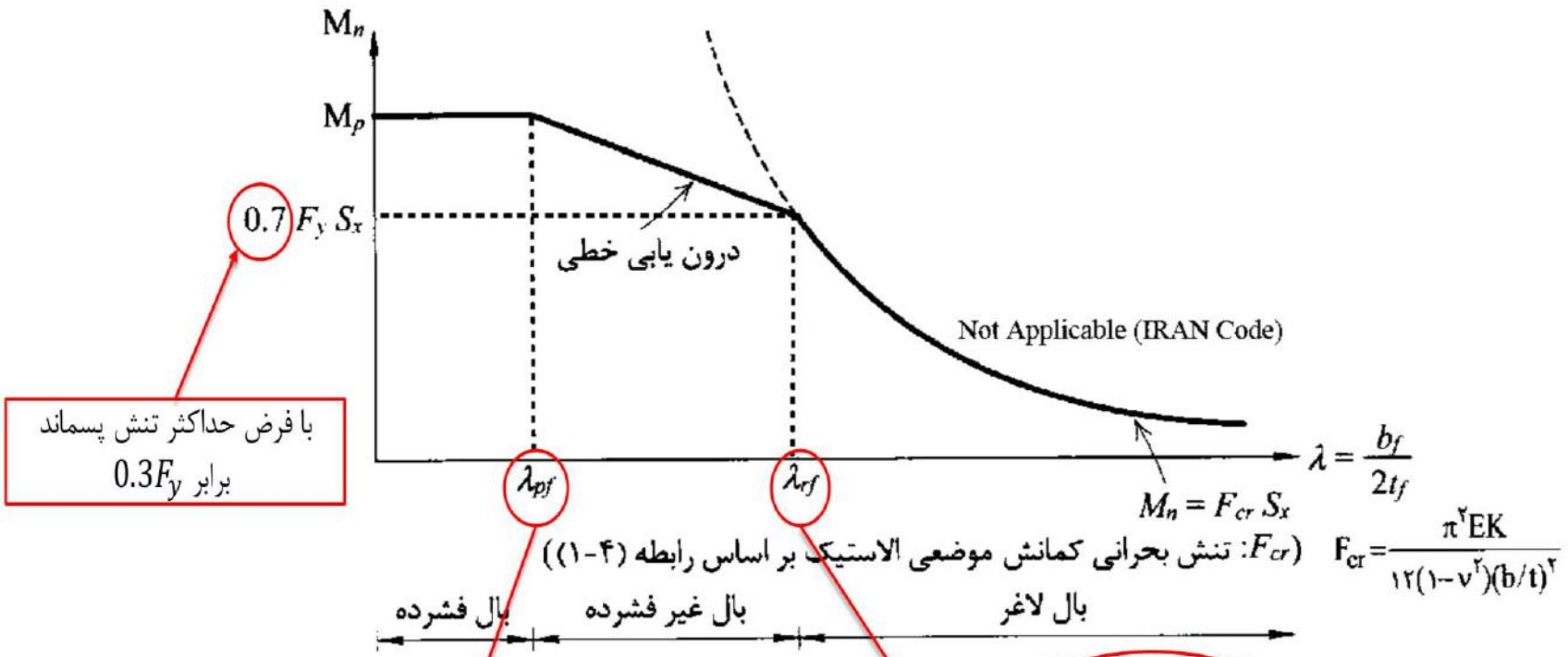
φ_b : ضریب کاهش مقاومت ($\varphi_b = 0.9$)

M_n : مقاومت خمشی اسمی مقطع با در حالات حدی

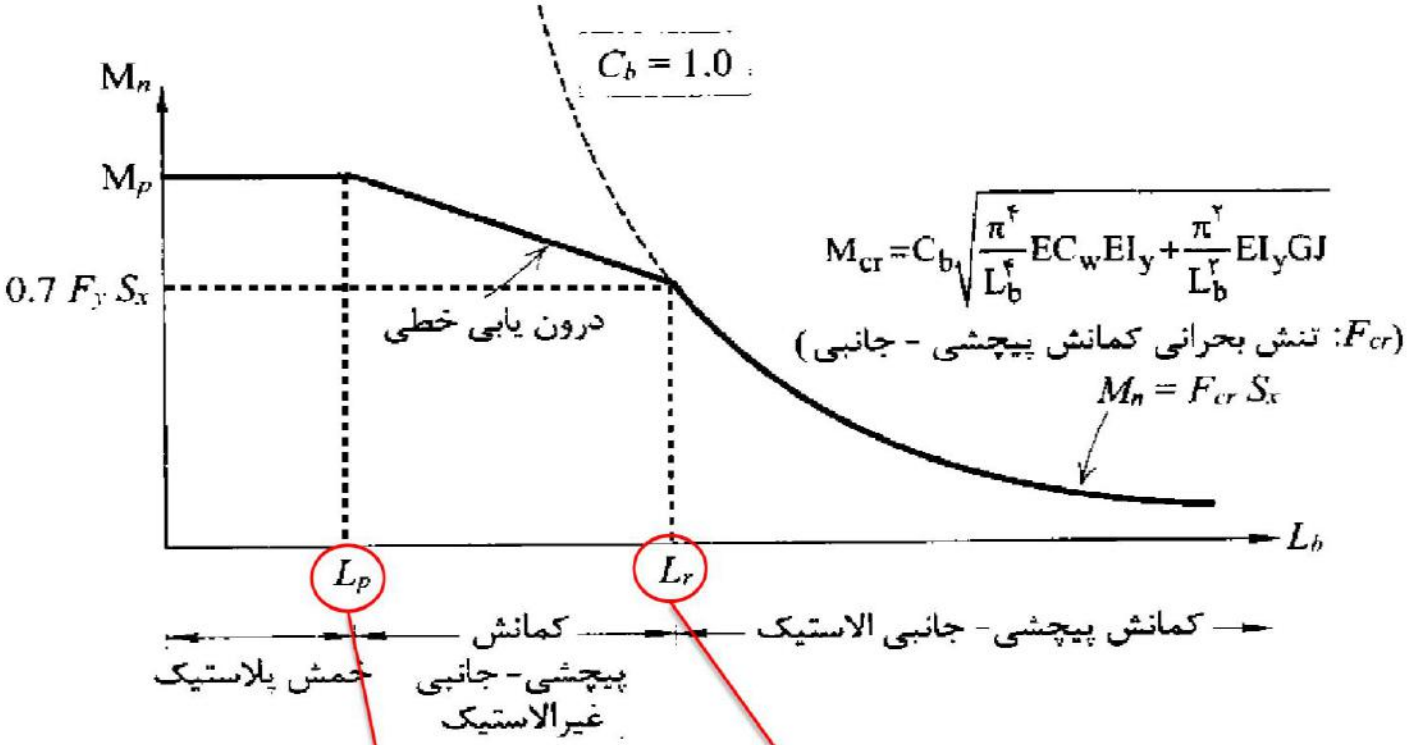
- **معیار تسلیم**
- **معیار کمانش موضعی**
- **معیار کمانش پیچشی – جانبی**

بهره گیری از ظرفیت پلاستیک (معیار تسلیم) برای مقاطع دارای شرایط فشردگی و مهارهای جانبی با فواصل کمتر از حد مشخص، مجاز است.

اثر لاغری بال تیر بر ظرفیت خمشی



اثر فواصل تکیه گاه های جانبی بر ظرفیت خمشی

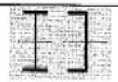
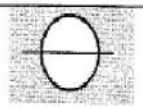


تغییرات مقاومت خمشی اسمی مقطع بر اساس تغییرات طول مهارنشده L_b برای C_b=۱

L_r: حداکثر طول مهار نشده عضو که در آن کمانش پیچشی – جانبی غیرالاستیک حاکم است	L_p: حداکثر طول مهار نشده عضو برای ورود به ظرفیت پلاستیک مقطع	

- Lb : طول مهار نشده تیر
- Lp : حداکثر طول مهار نشده عضو است که درآن از حصول خمش پلاستیک اطمینان حاصل نمود.
- Lr: حداکثر طول مهار شده عضو است که در آن حالت کمانش پیچشی- جانبی غیر الاستیک حاکم است.

حالات حدی محتمل برای مقاطع مختلف

بند مربوطه	مقطع	لاغری بال	لاغری جان	حالت حدی
۱۰-۵-۲-۲		C	C	Y, LTB
۱۰-۵-۲-۳		NC	C	LTB, FLB
۱۰-۵-۲-۴		C, NC	C, NC	Y, LTB, FLB, TFY
۱۰-۵-۲-۵		C, NC	S	Y, LTB, FLB, TFY
۱۰-۵-۲-۶		C, NC	N/A	Y, FLB
۱۰-۵-۲-۷		C, NC	C, NC	Y, FLB, WLB
۱۰-۵-۲-۸		N/A	N/A	Y, LB
۱۰-۵-۲-۹		C, NC	N/A	Y, LTB, FLB
۱۰-۵-۲-۱۰		N/A	N/A	Y, LTB, LLB
۱۰-۵-۲-۱۱		N/A	N/A	Y, LTB
۱۰-۵-۲-۱۲	مقاطع نامتقارن به غیر از نبش تک	N/A	N/A	کلیهٔ حالت‌های حدی

Y = تسلیم

LTB = کمانش پیچشی – جانبی

FLB = کمانش موضعی بال

WLB = کمانش موضعی جان

TFY = تسلیم کششی بال

LLB = کمانش موضعی ساق

LB = کمانش موضعی

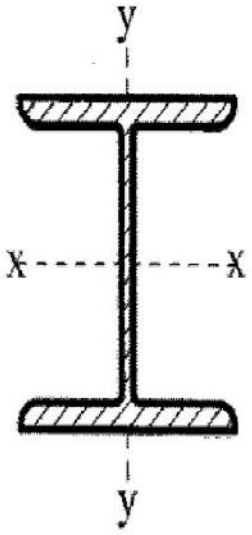
C = فشرده

NC = غیرفشرده

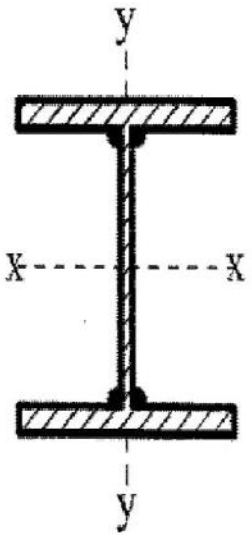
S = لاغر

N/A = کاربرد ندارد.

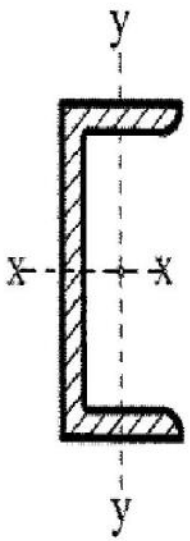
مقاطع فشرده I شکل با دو محور تقارن یا ناودانی حول محور قوی



(بال‌ها و جان فشرده)



(بال‌ها و جان فشرده)



(بال‌ها و جان فشرده)

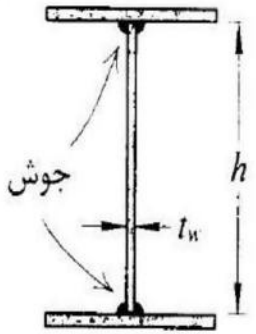
مقاطع فشرده I شکل با دو محور تقارن یا ناودانی حول محور قوی

بررسی فشردگی جان

مبحث دهم، جدول ۱۰-۲-۲-۳

$$\frac{h}{t_w} \le 3.76\sqrt{\frac{E}{F_y}}$$

(الف) مقطع نورد شده



(ب) مقاطع ساخته شده از ورق

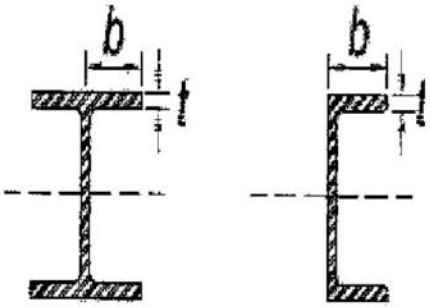
h برای مقاطع نورد شده: فاصله شروع نقاط شروع گردی ریشه اتصال جان به بال

h برای مقاطع ساخته شده از ورق با جوش: فاصله خاص دو بال

بررسی فشردگی بال

مبحث دهم، جدول ۱۰-۲-۲-۴

$$\frac{b}{t} \le 0.38\sqrt{\frac{E}{F_y}}$$



مقاطع فشرده I شکل با دو محور تقارن یا ناودانی حول محور قوی

مبحث دهم، بند ۱۰-۲-۵-۲

محدوده فواصل تکیه گاه های جانبی:

r_y : شعاع ژیراسیون حول محور ضعیف

$$L_p = 1.76\, r_y \sqrt{\frac{E}{F_y}}$$

c = ضریبی است طبق روابط زیر:

c =۱ برای مقاطع I شکل با دو محور تقارن

$$L_r = 1.95 r_{ts} \frac{E}{0.7F_y} \sqrt{\frac{Jc}{S_x h_o} + \sqrt{\left(\frac{Jc}{S_x h_o}\right)^2 + 6.76\left(\frac{0.7F_y}{E}\right)^2}}$$

$c = \frac{h_o}{۲} \sqrt{\frac{I_y}{C_w}}$ برای مقاطع ناودانی

h_0 : فاصله مرکز دو بال: $h_0 = d - t_f$

r_{ts} : شعاع ژیراسیون قسمت فشاری مقطع

$$r_{ts}^2 = \frac{\sqrt{I_y C_w}}{S_x}$$

برای مقاطع I شکل می توان از رابطه روبرو استفاده کرد:

$$r_{ts}^2 = \frac{I_y h_o}{2S_x}$$

مقاطع فشرده I شکل با دو محور تقارن یا ناودانی حول محور قوی

حالات حدی:

مبحث دهم، بند ۱۰-۲-۵-۲

- تسلیم

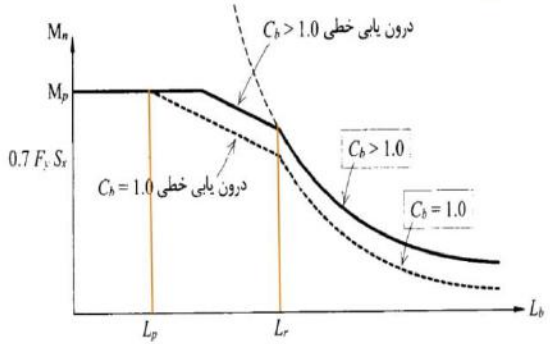
$$L_b \le L_p : \qquad M_n = M_p = Z_x F_y$$

- کمانش پیچشی-جانبی غیرالاستیک

$$L_p \le L_b \le L_r : \qquad M_n = C_b \left[M_p - \left(M_p - 0.7 F_y S_x \right) \left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p} \right) \right] \le M_p$$

- کمانش پیچشی-جانبی الاستیک

$$L_b \ge L_r : \qquad M_n = M_{cr} = F_{cr} S_x \le M_p$$



Z_x : اساس مقطع پلاستیک حول محور قوی

- اگر مقطع فشرده باشد و مقدار Lb کوچکتر یا مساوی Lp باشد (Lb<Lp) ظرفیت خمشی چنین مقطعی برابر با ظرفیت پلاستیک خواهد بود.

Mn= Mp=Z*Fy

Year:..... Month:..... Day:..... Subject:.....

خیلی معمول است طراح یک تیر برای حداکثر لنگر با استفاده از مقطع IPE و با چه شرایطی؟

مراحل طراحی پلاستیک

$L_b = 0$ $\quad m_u = 10,95$ Ton.m

$m_u = 10,95$ Ton.m $\rightarrow m_u = 10,95 \times 10^3 \times 10^2$ kg.cm $\rightarrow m_u = 10,95 \times 10^5$

$m_u \leq \phi m_n \rightarrow 10,95 \leq 0,9\, m_n \rightarrow m_n = 11,83 \times 10^5$ kg.cm

$m_n = Z \times F_y \rightarrow 11,83 \times 10^5 = Z \times 2400 \rightarrow Z = 493$ cm^3

از جدول IPE، عدد 497 را انتخاب می‌کنیم که بزرگتر از 493 است.

IPE 300

بال: $\frac{b}{2t} \rightarrow \frac{15}{2 \times 1,07} = 7,01$ $\quad \lambda p = 11,24$ $\quad$ بال غیرفشرده است.

جان: $\frac{h}{t_w} \rightarrow \frac{300 - (2 \times 1,07)}{7,1} = 39,23$ $\quad \lambda p = 111,22$ $\quad$ جان فشرده است.

CACTUS